

II. נתונה מערכת מסדר $n \times n$. מה ניתן להגיד על פתרונותיה?

- א. כלום!
- ב. למערכת לכל היותר פתרון אחד
- ג. למערכת בדיוק פתרון אחד
- ד. למערכת לפחות פתרון אחד

כלום!- הכל אפשרי!

III. נתונה מערכת מסדר $m \times n$ כאשר $m < n$. מה ניתן להגיד על פתרונותיה?

- א. כלום!
- ב. למערכת יותר מפתרון אחד
- ג. אם למערכת יש פתרון, אז יש לה אינסוף פתרונות
- ד. למערכת אינסוף פתרונות עם $n - m$ דרגות חופש (כלומר הפתרון יהיה תלוי ב- $n - m$ משתנים חופשיים)

ג- לא ייתכן שיהיה לה פתרון יחיד כי יש משתנים חופשיים.

יהיו A ו-B מטריצות ריבועיות מאותו הסדר. הוכיחו את הטענות הבאות - נמקו היטב כל צעד.

- א. אם B הפיכה אז לכל n טבעי מתקיים $(BAB^{-1})^n = BA^n B^{-1}$
- ב. אם B הפיכה אז $A+B$ הפיכה אם ורק אם $I+B^{-1}A$ הפיכה

- א. - קל להוכיח ע"י כפל.
- ב. $B(I+B^{-1}A) = B + BB^{-1}A = B + A$ - לכן אם B הפיכה וגם $I+B^{-1}A$ הפיכה אז מכפלתן היא $A+B$ הפיכה כמכפלה של הפיכות כפי שלמדנו.

(9) תהי A מטריצה ריבועית כך ש $A^{27} = A^{64} = I$. הראה ש $A = I$.

(10) יהיו A, B מטריצות ריבועיות הפיכות מסדר $n \geq 2$.
א. נביח ש $(AB)^2 = A^2 B^2$, $(AB)^3 = A^3 B^3$, $(AB)^4 = A^4 B^4$. הראה ש $AB = BA$.

קל !!

יהי $\{u, v, w\}$ קבוצה בלתי תלויה לינארית במרחב וקטורי. קבע אם הקבוצה $\{3u - 2v - w, v + 2w, 5u + 6v - 4w\}$ בלתי תלויה לינארית

קל.....

הוכח או הפרך :

1. אם קבוצות C הן בת"ל אזי גם $A \cup B$ היא בת"ל - לא נכון! יש המון דוגמאות להפרכה :

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, B = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

2. אם $A, B \subseteq V$ ו $A \cap B$ בת"ל אז $A \cup B$ היא בת"ל - לא נכון! - אותה דוגמה.

3. אם למערכת הומוגנית $Ax = 0$ יש פתרון יחיד אזי קיים b כך שלמערכת $Ax = b$ אין פתרון. ---

נכון. קחו מטריצה שיש לה יותר שורות מעמודות : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. אם A הפיכה לכל b אזי למערכת $Ax = b$ פתרון יחיד. - נכון - נכפיל ב A^{-1} משמאל.

5. אם מטריצה A הפיכה אז העמודות שלה בת"ל- נכון מאד! אם היא הפיכה נכפיל ב A^{-1} משמאל ואז נקבל שהפתרון למערכת $Ax = 0$ הוא בדיוק הפתרון הטריוויאלי מה שאומר שלפי כפל עמודה זה בדיוק כמו לשאול האם קיים לעמודות צירוף לינארי לא טריוויאלי שנותן את וקטור ה-0 - והרי אמרנו שקיים רק הפתרון הטריוויאלי מה שאומר שלפי הגדרה העמודות שלה בת"ל.