

בוחרן בחשבון אינפיניטיסימלי 1

יש לענות על כל השאלות. הקפידו לנמק היטב את תשובותיכם.
1. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות. נמקו תשובותיכם.

(א) (נק' 11) לקבוצה

$$\left\{ (-1)^{n-1} \left(2 + \frac{3}{n} \right) \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

קיים מינימום.

(ב) (נק' 11) אם A, B שתי קבוצות חסומות של מספרים ממשיים כך ש $A \subseteq B$ אז $\inf B \leq \inf A$.

(ג) (נק' 11) אם A, B שתי קבוצות חסומות של מספרים ממשיים אז הקבוצה $A \cdot B$ חסומה ומתקיים

$$\inf A \cdot B = \inf A \cdot \inf B$$

(כאשר $A \cdot B = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$)

2. (א) (נק' 17) הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: תהי a_n סדרה של מספרים אי שליליים המקיימת כי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ אזי $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$.
(ב) (נק' 17) תהי a_n סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה

$$a_1 = c > 0$$

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n}$$

הוכיחו כי a_n אינה חסומה.

3. (א) האם הטורים החיוביים הבאים מתכנסים? נמקו תשובתכם.

i. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(\ln(2))^n}$ (נק' 11)

ii. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)^2}$ (נק' 11)

(ב) קבעו אם הטור הבא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי או מתבדר. נמקו תשובתכם.

i. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^5 - n^2}}$ (נק' 11)