

84-172 מתמטיקה ב' לכימאים – בוחן אמצע – תשפ"ג – 15.06.23

שאלה 1

נביט במערכת המשוואות הבאה עם הנעלמים x, y, z והפרמטר a , בשדה המספרים הממשיים.

$$\begin{cases} x + az = 1 \\ x + (a-1)y + (a+1)z = a-1 \\ -x + (a^2 - 2a)z = a-1 \\ (a-1)x + (1-a)y + (a^2 - a - 1)z = 1 \end{cases}$$

סעיף א': (18 נק')

מצאו לכל ערכי הפרמטר a אם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות כלל

סעיף ב': (10 נק')

מצאו את כל הפתרונות למערכת עבור $a = 0$

סעיף ג': (10 נק')

מצאו את כל הפתרונות למערכת עבור $a = 2$

שאלה 2

יהי פרמטר a . נביט בהעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת

$$T(1,0,0) = (1,0,0)$$

$$T(0,1,0) = (0,1,1)$$

$$T(0,0,1) = (a, 0, 1)$$

סעיף א': (10 נק')

מצאו את המטריצה המייצגת $[T]$

סעיף ב': (15 נק')

הוכיחו כי המטריצה המייצגת הפיכה ומצאו את $[T]^{-1}$ ההופכית, הביעו תשובתכם באמצעות הפרמטר a .

סעיף ג': (3 נק')

מצאו את $T(1,2,3)$, הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטר a .

סעיף ד': (10 נק')

נתון בנוסף כי $T(1,1,1) = (0,1,2)$, מצאו את ערכו של הפרמטר a .

שאלה 3

סעיף א': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה $i \cdot z^3 = 1 + i + 2cis(\pi)$

סעיף ב': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה $z^5 = 1$

סעיף ג': (8 נק')

מצאו את הזווית בין הוקטורים $(0, -1, 1)$, $(1, 1, 4)$