

## תרגיל בית 7 במבנים אלגבריים 89-214 סמסטר א' תש"ף

**שאלה 1** (חימום). אם  $U_n$  ציקלית, כמה יוצרים יש לה?

**שאלה 2** (חימום). חשבו את  $\varphi(1000)$ ,  $\varphi(480)$  ו- $\varphi(540)$ .

**שאלה 3**. חשבו בעזרת חבורת אוילר ומשפט אוילר את הסעיפים הבאים:

א. שלוש הספרות האחרונות של  $2143^{1598} + 9009^{200} + 5780$

ב.  $89^{214} \pmod{91}$

**שאלה 4**. בכל סעיף מצאו במפורש פונקציה המקיימת את התנאים והוכיחו את קביעתכם.

א. איזומורפיזם  $f: U_{18} \rightarrow U_{14}$

ב. אפימורפיזם  $f: 2\mathbb{Z} \rightarrow U_{10}$

ג. איזומורפיזם  $f: U_{12} \times U_5 \rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ . רמז:  $U_5 \cong \mathbb{Z}_4$

ד. מונומורפיזם  $f: A_4 \rightarrow S_5$  שבו  $f((123)) \neq (123)$  וגם  $f((12)(34)) \neq (23)(45)$

ה. מונומורפיזם  $f: \mathbb{Z}_{ab+3} \times \mathbb{Z}_{1ab0} \rightarrow S_{7ab}$  כאשר  $a, b$  הן שתי הספרות האחרונות בת"ז שלכם. המספר  $ab+3$  הוא  $10 \cdot a + b + 3$ , המספר  $1ab0$  הוא  $1000 + 100 \cdot a + 10 \cdot b$  והמספר  $7ab$  הוא  $700 + 10 \cdot a + b$

**שאלה 5**. מצאו את כל המספרים  $n$  כך ש- $\varphi(n) = 4$  וכל המספרים  $m$  כך ש- $\varphi(m) = 8$ .  
זה בסדר להשתמש במחשבון עבור פעולות חשבון פשוטות.

**שאלה 6**. בחבורה  $A_{10}$ , מצאו איברים מהסדרים 4, 7, 12, 14, 15, 18, 19, 20, או הוכיחו שלא קיים איבר מסדר כזה.

**שאלה 7** (רשות). הוכיחו שלכל  $n, s > 1$  מתקיים כי  $n | \varphi(s^n - 1)$ .

בהצלחה!