

אלגברה לינארית למורים תרגיל 10-פתרון

16 ביוני 2018

שאלה 2

מצאו את שלושת המרחבים היסודיים של המטריצה הבאה:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R(A) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$C(A) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

נמצא את $N(A)$:

ברור שהפתרון של המערכת ההומוגנית הוא:

$$y = z - t$$

$$x = -z - t$$

$$N(A) = \left\{ \begin{pmatrix} -z-t \\ z-t \\ z \\ t \end{pmatrix} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

שאלה 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & -2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & -2 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & -2 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ב) $\text{rank}(A) = 2$, באופן כללי לא נובע האם יש או אין פתרון למערכת, כלומר זה תלוי בווקטור b . יכול להיות שאין פתרון ויכול להיות שיש אינסוף פתרונות.

ג+ד) קל לראות שהפתרון של המערכת הוא:

$$y = -2z - 3t$$

$$x = z + 2t$$

$$N(A) = \left\{ \begin{pmatrix} z + 2t \\ -2z - 3t \\ z \\ t \end{pmatrix} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

(ה) נבדוק האם b שייך למרחב השורה של A :
נבדוק האם קיימים α, β כך ש-

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ 2\alpha + \beta \\ 3\alpha + 2\beta \\ 4\alpha + 3\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

הפתרון למערכת משוואות הינו: $\alpha = 1, \beta = -3$, והמשוואה השלישית לא מתקיימת ולכן הוקטור b אינו מקיים את המערכת.