

### תרגול מספר 3

#### שאלה 1

אם מבקשים עוד שאלת אינדוקציה אפשר לתת להם \* הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת שעבור כל  $N$  טבעי זוגי הביטוי הבא מתחלק ב 48 ללא שארית  $n^3+20n$

#### שאלה 2

\* הוכח שעבור כל  $N$  טבעי גדול מ 1 מתקיים

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$

סדרות:

נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1$  (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא  $d$ .

בונים סדרה חדשה שגם בה  $n$  איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא  $d$ . סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.

א. בטא את  $a_1$  באמצעות  $d$  ו-  $n$ .

ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב- 3 (בלי לשנות את  $a_1$  ואת  $n$ ), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.

הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה- $n$  ובמקום ה- $k$  בהתאמה.

הפרש הסדרה הוא  $d$ , והאיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1 = md$ ,

$m$  – מספר טבעי,  $d \neq 0$ .

א. (1) הראה כי מתקיים  $a_n + a_k = a_1 + d(n + k + m - 2)$

(2) הבע באמצעות  $n, k$  ו- $m$  את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של

שני האיברים  $a_n$  ו- $a_k$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a_1, d$  ו- $m$  את הסכום  $a_{34} + a_{65}$ .

(2) נתון:  $a_{34} + a_{65} = a_{109}$ ,

סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.

מצא את  $d$  ואת  $a_1$ .