ג. **משפטון ההחלפה של שטייניץ**: יהא V מרחב וקטורי, ויהיו $A\subseteq V$ בת"ל ו $B\subseteq V$ פורשת. אזי לכל $a\in A$ אפשר למצוא $b\in B$ כך ש $b\notin A\backslash\{a\}$, והקבוצה $(A\backslash\{a\})\cup\{b\}$ היא בת"ל. [רמז: אם $B\subseteq \mathrm{span}(A\backslash\{a\})$, אז $A\backslash\{a\}$ פורשת]

הוכחה:

ראשית נשים לב כי לכל $a \in A$ בהכרח קיים $b \notin sp\{A\setminus\{a\}\}$ (ובפרט $b \notin A\setminus\{a\}$) כי אחרת $B \subseteq sp\{A\setminus\{a\}\}$, כלומר כל איבר ב-V ניתן לפרישה ע"י B וכל איבר ב-B ניתן לפרישה ע"י $A\setminus\{a\}$ ובסה"כ כל איבר ב-V ניתן לפרישה ע"י $A\setminus\{a\}$. לכן $A\setminus\{a\}$ פורשת ולכן a ת"ל ב-$A\setminus\{a\}$ בסתירה לכך ש A בת"ל.

A בת"ל ולכן $A\setminus\{a\}$ בת"ל וכמו כן $b \notin sp\{A\setminus\{a\}\}$ כלומר b איננו ת"ל ב-$A\setminus\{a\}$ ובסה"כ $\{b\}\cup A\setminus\{a\}$ בת"ל.