

## תרגיל 8 בפונקציות מרוכבות

1. מצאו את כל הפונקציות השלמות המקיימות  $f''(\frac{1}{n!}) + f(\frac{1}{n!}) = 0$  לכל  $n \in \mathbb{N}$ .
2. תהינה  $f_1(z), \dots, f_m(z)$  מספר סופי של פונקציות אנליטיות ב  $A = \{z \mid |z| < 1\}$  ונתון כי לכל  $z \in A$

$$f_1(z) \cdots f_m(z) = 0$$

הוכיחו כי לפחות אחת מהפונקציות האלה היא פונקצית האפס.

3. מצאו את כל הפונקציות השלמות המקיימות  $f(f(z)) = f(z)$ .

4. מצאו את כל הפונקציות האנליטיות ב  $\{z \mid |z| < 2\}$  המקיימות  $f(1 - \frac{1}{n}) = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}$  לכל  $n \in \mathbb{N}$ .

5. האם קיימת פונקציה שלמה המקיימת  $|f(z)| = |1 - |z||$  לכל  $z \in \mathbb{C}$ .

6. מצאו את האפסים של הפונקציות הבאות ומצאו את הסדר שלהם.

(א)  $(e^z - 1) \sin z \cos z$

(ב)  $\sin z^2$