

בוחר אלגברה לינארית 2 תיכונסטים תשעט

מתרגלים: אחיה בר־און, עוזי חרוש, לירז כתיב.

- ענו על כל השאלות.
 - במידה ואתם עונים במחברת בחינה - רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא על העמוד הראשון.
 - במידה ואתם עונים על דפים שייתכן שיתלשו - רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא על כל דף תשובות.
 - הקפידו על סדר ניקיון.
 - משך הבוחן: שעה ורבע.
 - חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
 - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

Q1	
Q2	
Q3	
total	

בהצלחה!

1. [33 נק'] נגדיר

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$$

הוכיחו כי A ניתנת לשילוש ומצאו P הפיכה כך ש $P^{-1}AP$ משולשית.

2. [11 נק' לסעיף] הוכיחו/הפריכו:

(א) תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ אזי מתקיים כי: אם 0 ע"ע שלה אז היא לא לכסינה.

(ב) תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ אזי מתקיים כי: אם $3v$ ו"ע אז גם v ו"ע (עבור $v \in \mathbb{F}^n$).

(ג) עבור $A \in \mathbb{R}^{100}$ מתקיים כי אם $m_A(x) \mid (x-2)^{50}(x-3)^{50}$ אזי $p_A(x) = (x-2)^{50}(x-3)^{50}$

3. [10 נק' לסעיף] יהיו $m < n$ ויהיו $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{F}^{n \times m}$ שמקיימות ש AB הפיכה ולכסינה.

(א) הוכיחו כי כל ע"ע של AB הוא ע"ע של BA .

(ב) הוכיחו כי עבור λ ע"ע של AB מתקיים כי $\dim V_\lambda^{AB} = \dim V_\lambda^{BA}$ (כלומר הר"ג של λ כע"ע של AB שווה לר"ג של λ כע"ע של BA).

(ג) הוכיחו כי הר"ג של $\lambda = 0$, כע"ע של BA , הוא $n - m$ (כלומר, הוכיחו כי $\dim N(BA) = n - m$).

(ד) הוכיחו כי BA לכסינה.