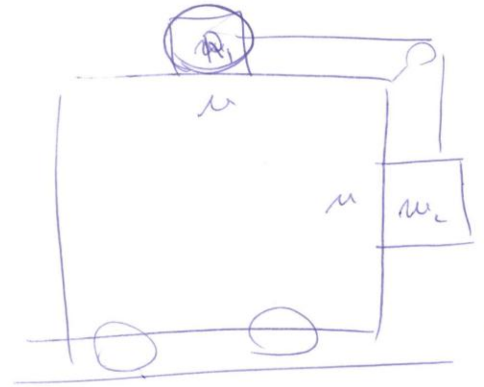
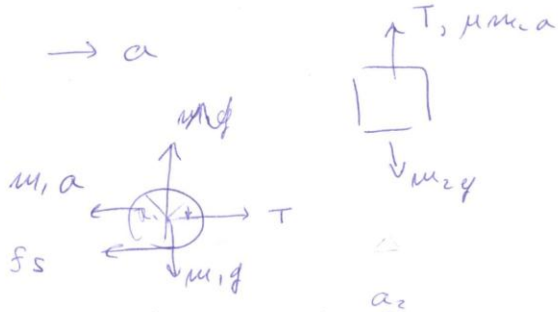
1



$\boxed{f_2 = \mu m_2 a}$.ב

→ a



$v_{cm} = -\omega R \quad \alpha = \frac{a_2}{R}$

$m_2 a_2 = m_2 g - T - \mu m_2 a$

$$\left.\begin{aligned} m_1 a_2 &= T - m_1 a - f_s \\ I\frac{a_2}{R} &= -Rf_s \end{aligned}\right\} = T - m_1 a - I\frac{a_2}{R^2}$$

$T = a_2\left(m_1 + \frac{I}{R^2}\right) + m_1 a$

$m_2 a_2 = m_2 g - a_2\left(m_1 + \frac{I}{R^2}\right) - m_1 a - \mu m_2 a$

$$\boxed{a_2 \cancel{\left(m_1 + m_1 + \frac{I}{R^2}\right)} = \frac{m_2 g - (m_1 + \mu m_2)a}{\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)}} = \frac{m_2 g - (m_1 + \mu m_2)a}{\left(\frac{3}{2}m_1 + m_2\right)}$$

$\boxed{f = I\frac{a_2}{R^2} = \frac{1}{2}m_1 a_2}$.ג

$\cancel{\mu \le m_1 g}$ $\quad f \le \mu m_1 g \quad \frac{1}{2}m_1 a_2 \le \mu m_1 g$

$\boxed{\mu \geq \frac{a_2}{2g}} = \frac{m_2 g - (m_1 + \mu m_2)a}{\frac{3}{2}m_1 + m_2}$ .3

$\cancel{\mu\left(\frac{3}{2}m_1 g + m_2 g + m_2 a\right)}$ $\quad \mu\left(\frac{3}{2}m_1 + m_2 + \frac{m_2 a}{2g}\right) \geq \frac{|m_2 g - m_1 a|}{3m_1 g + 2m_2 g}$

[illegible] הסימן האיבר - אם התוצאה הופכת סימן

(2)

א-

$$\rho(x) = -ax^2 + bx \qquad L = \frac{3b}{4a} \qquad b = \frac{4aL}{3}$$

$$X_{cm} = \frac{\int_0^L -ax^3 + bx^2}{\int_0^L -ax^2 + bx} = \frac{-\frac{1}{4}aL^4 + \frac{1}{3}bL^3}{-\frac{1}{3}aL^3 + \frac{1}{2}bL^2} = \frac{-\frac{1}{4}L^2 + \frac{1}{3}\frac{b}{a}L}{-\frac{1}{3}L + \frac{1}{2}\frac{b}{a}}$$

$$X_{cm} = \frac{-\frac{L^2}{4} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}L^2}{-\frac{1}{3}L + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}L} = L\cdot\frac{-\frac{1}{4} + \frac{4}{9}}{-\frac{1}{3} + \frac{4}{6}} = L\,\frac{\frac{-9+16}{36}}{\frac{1}{3}} = \frac{7}{12}L$$

$0 \quad \frac{L}{2} \quad \frac{7}{12}L$

ב- רחוק ככל האפשר ממרכז המסה

כלומר בראשית הצירים $x=0$

ג-

$$I_c\,\omega_0 = I_f\,\omega_f = \left[I_c + M\left(\frac{7}{12}L\right)^2\right]\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{I_c}{I_c + M\left(\frac{7}{12}L\right)^2}\,\omega_0$$

אם

$$I_c = xML^2$$

$$\omega_f = \frac{K}{K + \frac{49}{144}}\,\omega_0$$

אז

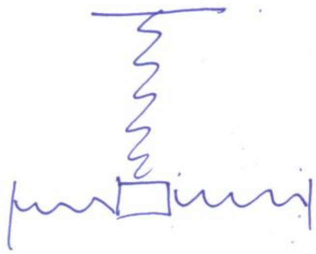
$$I_c = \int_0^L (-ax^2+bx)\left(x-\frac{7}{12}L\right)^2 dx$$

$$M = \int_0^L (-ax^2+bx)\,dx = \frac{1}{3}aL^2$$

כנראה יש לי פה איזה טעות במספרים

$$I_c = \frac{1}{3}aL^5\underbrace{\left[-\frac{3}{5} + 1 + \frac{7}{24}\cdot 3 - \frac{4\cdot 7}{18} - \frac{49}{144} + \frac{49\cdot 4}{2\cdot 144}\right]}_{K} = ML^2\underbrace{[\quad]}_{K}$$

$$I_c = ML^2\left[\frac{2}{5} - \frac{49}{144}\right] \qquad \omega_f = \omega_0\,\frac{\frac{2}{5} - \frac{49}{144}}{2} = \frac{43}{288}\,\omega_0 \quad //$$



א - פתרון 1 - נניח האורך הרפוי אפס

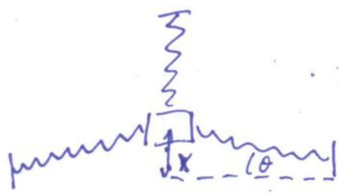
במקרה זה

$"k_{eff}" = 3K$

$$\omega_0^2 = \frac{3K}{m} \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{\gamma}{m} \qquad \omega_1 = \sqrt{\frac{3K}{m} - \frac{1}{4}\left(\frac{\gamma}{m}\right)^2}$$

מי שלא הניח אורך אפס ~~מקבל~~ צריך לפתח לטור את ההתארכות

(גם זה פתרון קביל)



$$F_x = -Kx - 2K\left(\sqrt{x^2+a^2} - a\right)\cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$\sin\theta$

מתאפס כמובן F_y

נשתמש ב $\sqrt{1+\alpha} \simeq 1+\frac{1}{2}\alpha$

ונקבל $\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} \simeq 1-\frac{1}{2}\alpha$

$$F_x = -Kx - 2K\left(a\sqrt{1+\frac{x^2}{a^2}} - a\right)\cdot \frac{x}{a\sqrt{1+\frac{x^2}{a^2}}} = -Kx - 2K\left(1+\frac{1}{2}\frac{x^2}{a^2} - 1\right)\cdot x\left(1-\frac{1}{2}\frac{x^2}{a^2}\right)$$

$$\simeq -Kx - 2K\frac{x^3}{a^2} \simeq -Kx$$

כלומר האיבר הלינארי הוא

$$\omega_0 = \frac{K}{m}$$

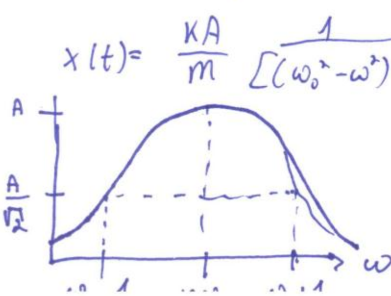
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{1}{4}\left(\frac{\gamma}{m}\right)^2}$$

ב- רק הקפיץ העליון משמש ככוח מאולץ ולכן $"F_0" = KA$

(3KA ולא)

מציבים בפתרון העמיד

$$x(t) = \frac{KA}{m}\frac{1}{\left[(\omega_0^2-\omega^2)+4\gamma^2\omega^2\right]^{1/2}}\cos(\omega t+\theta)$$

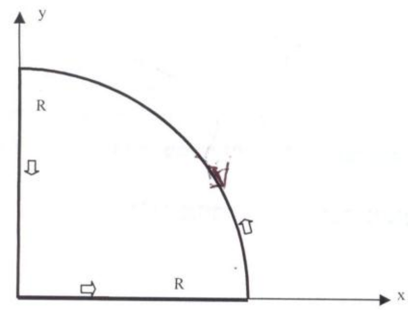


ג- התבוננות עליה (או ירידה) כך שהמשרעת קטנה פי $\sqrt{2}$ ולכן $\Delta\omega = \frac{\gamma}{2m}$

שאלות מרובות ברירה (יש לענות על כל השאלות) כל שאלה 10 נקודות.

1. רבע מעגל

בעולם פועל הכוח $\vec{F} = k(x\hat{y} - y\hat{x})$.
חלקיק שמסתו m ומהירותו v_0 יוצא מראשית הצירים במסלול הרבע מעגלי שרדיוסו R כמצויר. מהי מהירותו כאשר הוא חוזר לראשית הצירים?



1. המהירות תחזור לאותו ערך
2. 0
3. $\sqrt{v_0^2 + \frac{kR^2}{\pi m}}$
4. $\sqrt{v_0^2 - \frac{kR^2}{\pi m}}$
5. $\sqrt{v_0^2 + \frac{2kR^2}{m}}$
6. $\sqrt{v_0^2 - \frac{2kR^2}{m}}$
7. $\sqrt{v_0^2 + \frac{\pi kR^2}{m}}$
8. $\sqrt{v_0^2 - \frac{\pi kR^2}{m}}$
9. לא ניתן לדעת כי הכוח לא משמר

$$\vec{F} = KR\hat{\theta}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\pi R \cdot KR = \frac{K\pi R^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{K\pi R^2}{2}$$

$$v^2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{K\pi R^2}{m}}$$

2. נמלה

נמלה קצה בחייה העמלניים והיא קופצת אופקית במהירות v_0 ממגדל משה-אביב שגבהו h. בעת מעופה פועל עליה כוח חיכוך מתכונתי למהירות $\vec{f} = -\gamma\vec{v}$. העריכו את המרחק האופקי שעוברת הנמלה עד פגיעתה בקרקע בהנחה שהמגדל גבוה מאד. תאוצת הכוכב g, הזניחו תיקונים הנובעים מסיבוב כדור הארץ.

1. $\frac{mv_0}{\gamma}$
2. $\sqrt{\frac{2hv_0^2}{g}}$
3. $g\left(\frac{m}{\gamma}\right)^2$
4. $\sqrt{2gh}\frac{m}{\gamma}$
5. $\sqrt{\frac{2v_0 g}{h}\left(\frac{m}{\gamma}\right)^3}$

$$m\frac{dv_x}{dt} = -\gamma v_x$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\gamma}{m}v$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{\gamma}{m}dt$$

$$\ln v \Big|_{v_0}^{v} = -\frac{\gamma}{m}t$$

$$\ln\frac{v}{v_0} = -\frac{\gamma}{m}t \qquad v = v_0 e^{-\frac{\gamma}{m}t}$$

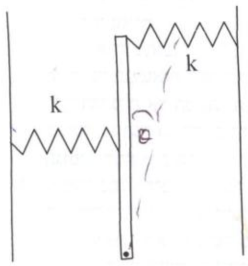
$$x = \int_0^\infty v_0 \frac{m}{\gamma} e^{-\frac{\gamma}{m}t}$$

$$x = v_0\frac{m}{\gamma}$$

קרית האוניברסיטה, ת.ד. 39040, רמת-אביב תל-אביב 69978. טל' 6409456, פקס' 6422979

3. מוט מתנודד

מוט שמסתו m ואורכו L מחובר בקצהו האחד על ידי ציר לשולחן חלק. מרכזו וקצהו העליון מחוברים בשני קפיצים בעלי קבוע זהה k לקירות. מהי תדירות התנודות הקטנות?



$$\int_0^L x^2 \frac{m}{L}\,dx = \frac{1}{3} m L^2$$

$$\frac{1}{2}k(L\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{L}{2}\sin\theta\right)^2 + \frac{1}{6} m L^2 \dot{\theta}^2 = E$$

1. $\sqrt{\frac{k}{4m}}$
2. $\sqrt{\frac{k}{2m}}$
3. $\sqrt{2\frac{k}{m}}$
4. $\sqrt{\frac{9k}{4m}}$
5. $\sqrt{\frac{15}{4}\frac{k}{m}}$
6. $\sqrt{\frac{4k}{m}}$
7. לא יתכנו תנודות עבור תצורה זו

$$\frac{1}{2}kL^2\theta^2 + \frac{1}{8}kL^2\theta^2 + \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2 = 0$$

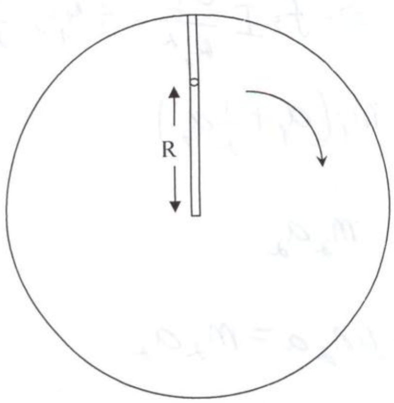
$$k\cancel{L^2}\theta\cancel{\dot{\theta}} + \frac{1}{4}k\cancel{L^2}\theta\cancel{\dot{\theta}} + \frac{1}{3}m\cancel{L^2}\cancel{\dot{\theta}}\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{15}{4}\frac{k}{m}\theta$$

4. נמלה מסתובבת

הנמלה משאלה 2 נמצאת כעת בתוך תעלה במרחק R ממרכז דיסקה הנמצאת בחלל וסובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית $\omega(t) = \omega_0 e^{-\alpha t}$ כאשר α, ω_0 קבועים ידועים (ראו ציור). אם הנמלה נשארת במקומה בתעלה מהו גודל הכוח הכולל שמפעילות הדפנות על הנמלה כפונקציה של הזמן.

1. $m\sqrt{\omega_0^4 R^2 e^{-4\alpha t} + R^2\alpha^2\omega_0^2 e^{-2\alpha t}}$
2. $m\omega_0^2 R$
3. $mR\omega_0^2 e^{-2\alpha t}$
4. אפס, כי הנמלה לא זזה
5. $mR\alpha\omega_0 e^{-\alpha t}$
6. לא ניתן לדעת כיוון שהמערכת לא אינרציאלית



$$\vec{a} = -\omega^2(t)\, r\,\hat{r} + r\frac{d\omega}{dt}\hat{\theta}$$

$$|F| = m|\vec{a}| = 1$$

קרית האוניברסיטה, ת.ד. 39040, רמת-אביב תל-אביב 69978. טל' 6409456, פקס' 6422979