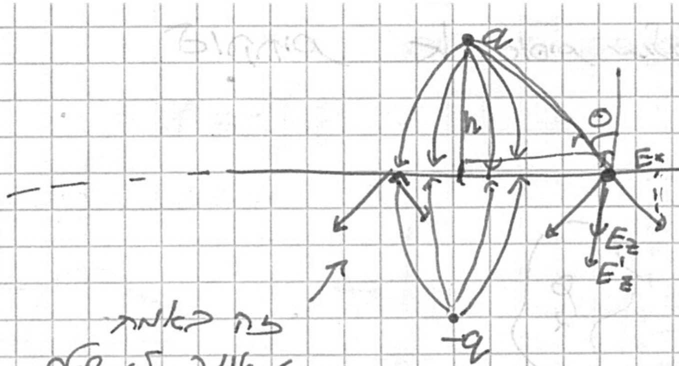
נשים לב במה

הדמויה התחבשה צריכה לקיים את תנאי השפה של הבעיה.




מסדירים אותו כ-0.

זה באמת שייך למשטח יותר מ... הבעיה.

$$\cos\theta = \frac{h}{(h^2+r^2)^{1/2}}$$

$$E_z(r) = \frac{-kq}{(r^2+h^2)} \cdot \frac{h}{(r^2+h^2)^{1/2}}$$

התמונה שהשגנו אותו דבר וכן

$$E_{z(r)} = \frac{-2kq}{(r^2+h^2)} \cdot \frac{h}{(r^2+h^2)^{1/2}} = \frac{-2kqh}{(r^2+h^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{\sigma_{(r)} = \frac{E(r)}{4\pi k}}$$

$$\sigma = \frac{-qh}{2\pi(r^2+h^2)^{3/2}}$$

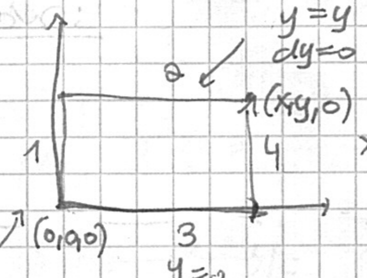
$$Q = \int_0^\infty \sigma \cdot 2\pi r\, dr = \int_0^\infty \frac{-\cancel{2\pi} rqh}{\cancel{2\pi}(r^2+h^2)^{3/2}} dr$$

$$= -qh \left. -\frac{1}{(r^2+h^2)^{1/2}} \right|_0^\infty = -\frac{qh}{h} = -q$$

---

## תרגול 4 - פוטנציאל

$$\vec{E} = 6xy\,\hat{x} + (3x^2-3y^2)\,\hat{y}$$




$$\int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$d\vec{l} = dx\,\hat{x} + dy\,\hat{y} + dz\,\hat{z}$$

$$(1,2)\quad \underbrace{\int_0^y (\cancel{3x^2}-3y^2)\,dy}_{\text{מסלול } 1} + \underbrace{\int_0^x 6xy\,dx}_{\text{מסלול } 2} = -y^3 + 3x^2y$$

$$(3,4)\quad \underbrace{\int_0^x 6xy\,dx}_{\text{מסלול } 3} + \int_0^y (3x^2-3y^2)\,dy = 3x^2y - y^3$$

השדה הוא משמר

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=0$$

$$\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 6xy & 3x^2-3y^2 & 0 \end{vmatrix} = \hat{z}(6x-6x)=0$$

$$\Delta V = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

נקודת ייחוס.

בהינתן נקודת ייחוס באינסוף ($P_1=\infty$)

מטען נקודתי $q$

$$\Delta V = -\int_{\infty}^{r} \frac{kq}{r^2}\hat{r}\cdot dr\hat{r} = \frac{kq}{r}$$

$$\Downarrow$$

זה נכון רק באינסוף. $dV=\frac{kdq}{r}$ ← המרחק של אלמנט המטען לנקודה הנבדקת.

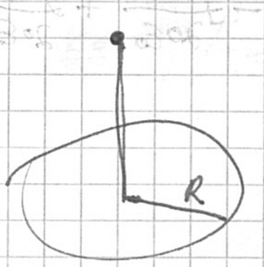
לכל השאר בהינתן נקודות ייחוס ב-$\infty$.

$$dV=\frac{kdq}{r}$$

בגוף אינסופי כשאר.

$$\Delta V=-\int \vec{E}\cdot dl$$

תרגיל: מצאו פוטנציאל בגובה $z$ של מרכז טבעת ברדיוס $R$ הטעונה בצפיפות מטען $\lambda$.



$$dV=\frac{kdq}{r}$$

$$dq=\lambda R d\theta$$

$$V_{\text{בגובה } z} = \int dV = \frac{k\lambda R}{\sqrt{z^2+R^2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

נתון כדור ברדיוס $R$ עם צפיפות מטען $\rho = \rho_0 r^2$

(א) מצאו שדה חשמלי בכל המרחב

(ב) מצאו פוטנציאל בכל המרחב: I. נקודת ייחוס ב-$\infty$ ; II. " " ב-$\frac{R}{2}$

(ג) מצאו סך כל המטען במרחב.

(ד) מהי העבודה שלוקח להעביר מטען $q$ מ- $r=2R$ ל- $r=R$

(ה) מהי האנרגיה האצורה במערכת

(א)

$r<R$:

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{r} \rho_0 r^2 r^2 \sin\theta \, dr\, d\theta\, d\varphi}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\cdot 4\pi \cdot \frac{1}{5} r^5$$

$$\vec{E}_{r<R} = \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0}\hat{r}$$

$r>R$

סעיף ג'

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\cdot 4\pi \frac{R^5}{5}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

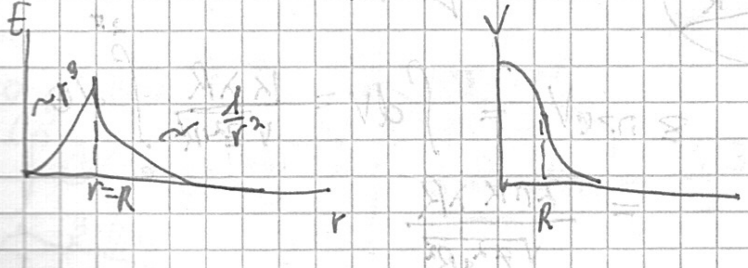
סעיף ב.I

$$V_{r>R} = -\int_\infty^r E_{r>R}\,dr = -\int_\infty^r \frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0 r^2}dr = \boxed{\frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0 r} = V_{r>R}}$$

$$V_{r<R} = -\int_\infty^R E_{r>R}\,dr - \int_R^r E_{r<R}\,dr$$

$$= \frac{\rho_0 R^4}{5\varepsilon_0} - \int_R^r \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0}dr = \frac{\rho_0 R^4}{5\varepsilon_0} - \frac{\rho_0 r^4}{20\varepsilon_0} + \frac{\rho_0 R^4}{20\varepsilon_0}$$

$$V_{r<R} = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0} - \frac{\rho_0 r^4}{20\varepsilon_0}$$



סעיף ד II.

$$V_{r<R} = -\int_{R/2}^{r} E_{r<R}\,dr = -\int_{R/2}^{r} \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0}\,dr = \frac{-\rho_0 r^4}{20\varepsilon_0}\Bigg|_{R/2}^{r}$$

$$= \frac{\rho_0 R^4}{320\varepsilon_0} - \frac{\rho_0 r^4}{20\varepsilon_0}$$

$$V_{r>R} = -\int_{R/2}^{R} \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0}\,dr \int_{R}^{r} \frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

תרגיל בית!

ב) סעיף 2

$$W = q\Delta V = q\left(V_{r=3R} - V_{r=2R}\right)$$

$$= q\left(\frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0(3R)} - \frac{\rho_0 R^5}{5\varepsilon_0(2R)}\right)$$ עבודה שלילית.

ה)

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{\text{כל המרחב}} E^2\,dV$$

הערה: א' אפשר לעשות סופר פוזיציה.

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{R} \frac{\rho_0^2 r^6}{25\varepsilon_0^2}\, r^2 \sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi$$

$$+\frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_R^{\infty} \frac{\rho_0^2 R^6}{25\varepsilon_0^2 r^4}\cdot r^2 \sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi$$