פתרון תרגיל 7

.1

א. $\binom{5}{1}\cdot 9^5$

ב. $9\cdot 10^5-8\cdot 9^5$

ג. $9\cdot 10^5-9^6$

ד. $9^5+\binom{5}{1}\binom{8}{1}\cdot 9^4$

.2

א. $10!$

ב. $5\cdot 4\cdot 8!$

ג. $2\cdot 5!\cdot 5!$

ד. $5!\cdot 6!$

ה. $5!\cdot(2!)^5$

.3

א. $9!$

ב. אין משמעות לקצוות במעגל

ג. $4!\cdot 5!$

ד. $5!\cdot 5!$

ה. $4!\cdot(2!)^5$

.4

א. k^{10k}

ב. $\binom{10k}{10}\cdot\binom{10k-10}{10}\cdot\binom{10k-20}{10}\cdots\cdots\binom{20}{10}\cdot\binom{10}{10}=\frac{(10k)!}{(10!)^k}$

ג. $\frac{1}{k!}\binom{10k}{10}\cdot\binom{10k-10}{10}\cdot\binom{10k-20}{10}\cdots\cdots\binom{20}{10}\cdot\binom{10}{10}=\frac{(10k)!}{(10!)^k\cdot k!}$

.5

א. $\binom{3n}{2n}\cdot n!$

ב. $\binom{3n}{2n}\cdot(3n)^n$

ג. בלתי אפשרי

.6

א. אם $n\le k$ ישנם $p(k,n)=\frac{k!}{(k-n)!}$ אפשרויות.

ב. אם $n>k$ ישנם $p(n,k)=\frac{n!}{(n-k)!}$ אפשרויות.

.7 $\binom{k+1}{n}$

8. $\binom{n-k+1}{k}$

9.

א. $\binom{14}{4}$

ב. $\binom{3}{1}\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}$

ג. $\binom{5+3}{1}\binom{2+4}{1}$

ד. $\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{1}+\binom{5}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}+\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}+\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}$

10. $\binom{n-1+k}{k}$

11. אלגברית:

$$\binom{n}{2}+\binom{n+1}{2}=\binom{n}{2}+\binom{n}{2}+\binom{n}{1}=2\cdot\binom{n}{2}+\binom{n}{1}=2\cdot\frac{n!}{2!(n-2)!}+\frac{n!}{(n-1)!}=n\cdot(n-1)+n=n^2$$

קומבינטורית:

את מספר המילים באורך 2 מעל הא"ב $\{1,2.....n\}$ נוכל לחשב בשתי דרכים:

א. לאות הראשונה n אפשרויות, לאות השניה n אפשרויות ולכן n^2 אפשרויות.

ב. נספור תחילה את מספר המילים בעלי אותיות שונות -

$n\cdot(n-1)=\frac{n!}{(n-2)!}=2\cdot\binom{n}{2}$ ונוסיף את מספר המילים בעלי אותיות זהות -

n ולכן יש $2\cdot\binom{n}{2}+\binom{n}{1}$ אפשרויות.

12. אלגברית: $\frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}=\frac{n}{k}\cdot\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}=\frac{n!}{k!(n-k)!}=\binom{n}{k}$

קומבינטורית:

נכתוב את הזהות כך: $\binom{k}{1}\cdot\binom{n}{k}=\binom{n}{1}\cdot\binom{n-1}{k-1}$

תהי $A=\{1,2...n\}$, את מספר האפשרויות לבחור תת קבוצה בגודל k ואז לבחור איבר אחד מתוך תת הקבוצה נוכל לחשב בשתי דרכים:

א. $\binom{n}{k}\cdot\binom{k}{1}$

ב. נבחר איבר אחד מתוך A ואז נבחר לו תת קבוצה בגודל k שהוא שייך אליה, ולכן יש $\binom{n}{1}\cdot\binom{n-1}{k-1}$ אפשרויות.

13. הכללה של השאלה הקודמת עם m במקום 1.