

תרגיל ביתה 12 – פיתרון

שאלה 3:

ניעזר בנוסחה למציאת רווח סמך לשונות האוכלוסייה:

$$P\left(\frac{(n-1) \cdot S^2}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot S^2}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}\right) = 1 - \alpha$$

עפ"י נתוני השאלה $n = 20$, $S = 1.1$, $1 - \alpha = 0.95$

כמו כן: $\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2 = \chi_{19, 0.025}^2 = 8.91$, $\chi_{n-1, \alpha/2}^2 = \chi_{19, 0.975}^2 = 32.85$. נציב ברווח ונקבל:

$$0.83 \leq \sigma \leq 1.606 \quad \text{ולכן} \quad \sqrt{\frac{19 \cdot 1.1^2}{32.85}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{19 \cdot 1.1^2}{8.91}}$$

שאלה 4:

א. נמצא מהו ה- n שמקיים: $Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq 0.02$. נתון $1 - \alpha = 0.95$ ולכן $Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$.

מכיוון ש- P אינו ידוע, ניקח את ה- P עבורו הביטוי $P(1-P)$ מקבל את ערכו המקסימלי, $P = 0.5$.

$$n \geq 2401, \quad 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{n}} \leq 0.02$$

ב. על פי הנתון $n = 2401$, $p = 0.45$, נציב בנוסחה למציאת רווח סמך לפרופורציה:

$$P\left(p - Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq P \leq p + Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$0.45 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.45(1-0.45)}{2401}} \leq P \leq 0.45 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.45(1-0.45)}{2401}}$$

$$0.44 \leq P \leq 0.46$$

שאלה 5:

ניעזר ברווח סמך להפרש תוחלות כאשר השונות ידועות:

$$P\left((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) = 1 - \alpha$$

נציב $Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.995} = 2.576$ ואת הנתונים מהשאלה ונקבל:

$$-528.18 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -17.813 \quad (1300 - 1600) \pm 2.576 \cdot \sqrt{\frac{400^2}{20} + \frac{400^2}{40}}$$

שאלה 6:

ניעזר ברווח סמך ליחס שונויות:

$$P \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha/2}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot F_{n_2-1, n_1-1, 1-\alpha/2} \right) = 1 - \alpha$$

נציב בנוסחה ונקבל: $F_{n_2-1, n_1-1, 1-\alpha/2} = F_{14, 24, 0.95} = 2.18$, $F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha/2} = F_{24, 14, 0.95} = 2.35$

$$0.166 \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 0.852 \iff \frac{5^2}{8^2} \cdot \frac{1}{2.35} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{5^2}{8^2} \cdot 2.18$$