

## בדידה להנדסה- תרגיל 2

- 1** יהא  $D = Z$ , נגדיר את הפרדיקטים הבאים:  
 $x$  ראשוני:  $P(x)$ ,  $Q(x): x^2 \leq 5$ ,  $R(x): x^2 - 9 \leq 0$ .  
 בדקי את אמיתות הפסוקים הבאים:  
 א.  $\sim P(7) \vee \sim Q(-3)$   
 ב.  $P(3) \rightarrow Q(0)$   
 ג.  $R(3) \leftrightarrow (P(5) \leftrightarrow (R(4) \rightarrow \sim(Q(-1))))$   
 ד.  $Q(-2) \rightarrow ((\sim R(0) \vee (R(4) \leftrightarrow (P(3) \rightarrow R(-5) \wedge \sim Q(-1))))$
- 2** יהא  $D = Z$ , נגדיר את הפרדיקטים הבאים:  
 $x$  ראשוני:  $P(x)$ ,  $Q(x): x^2 \leq 5$ ,  $R(x): x^2 - 9 \leq 0$ .  
 מצאי את ערכי  $x$  עבורם הפסוק  $(\sim(\sim P(x) \vee \sim Q(x)) \wedge R(x))$  הוא אמת.
- 3** מעל  $Z$  נגדיר את הפרדיקטים הבא:  
 $P(x): y < x^2$ ,  $Q(x, y): x = y$ ,  $R(x, y): x + y < 5$   
 בדקי את אמיתות הפסוקים הבאים:  
 (1)  $(\sim P(1,3) \wedge Q(2,2)) \rightarrow (\sim R(2,4) \leftrightarrow P(1,4))$   
 (2)  $\sim Q(1,3) \wedge (R(2,3) \vee \sim P(1,2)) \rightarrow (Q(1,2) \leftrightarrow (P(2,2) \rightarrow R(1,4)))$
- 4** מעל  $Z$  נגדיר את הפרדיקט הבא:  
 $P(x): ((x \leq 8) \rightarrow (x < 2)) \rightarrow (x < 9)$   
 לאילו ערכי  $x$  הפרדיקט הוא T?  
 הדרכה: פשטי את הביטוי שמגדיר את הפרדיקט בעזרת שקילויות לוגיות, כלומר, התחילי ב-
- $\dots \equiv (x < 9) \rightarrow ((x \leq 8) \rightarrow (x < 2)) \rightarrow P(x)$  והמשיכי בביטול הגרירות בעזרת שקילות מתאימה.
- 5** נגדיר את הפרדיקטים הבאים מעל  $\mathbb{R}$  (קבוצת המספרים הממשיים):  
 $x$  ראשוני:  $P(x)$ ,  $x$  טבעי:  $N(x)$ ,  $x$  מכפלת מספרים ראשוניים:  $M(x)$ ,  $x$  ראשוני:  $S(x, y): x > y^2$ .  
 הצריני את הפסוקים הבאים, כלומר, רשמו אותם בסימנים לוגיים (אין צורך לבדוק את אמיתותם):  
 א. כל מספר ממשי הוא מכפלה של מספרים ראשוניים.  
 ב. קיים מספר ממשי שהוא טבעי.  
 ג. כל מספר טבעי הוא מספר ראשוני.  
 ד. קיים מספר ראשוני שהוא טבעי.  
 ה. קיים מספר ממשי שהוא ראשוני וטבעי.

- ז. לא קיים מספר ממשי שהוא לא מכפלה של מספרים ראשוניים.  
 ח. קיים מספר ממשי כך שאם הוא מכפלה של מספרים ראשוניים אז הוא טבעי.  
 ט. קיים מספר ממשי כך שהוא מכפלה של מספרים ראשוניים אם ורק אם הוא מספר לא ראשוני.  
 י. לא כל מספר ממשי גדול מהריבוע שלו.  $\sim \forall x(S(x, x))$ .  
 יא. קיים מספר ממשי שהוא גדול מהריבוע של מספר טבעי כל שהוא.

לכל אחת מהתבניות הבאות, רשמי תבנית פסוק שקולה לה כך שלא מופיע בה הקשר  $\sim$ :

6

- א.  $\sim(x^2 - 4 < x)$   
 ב.  $\sim((x - 1 > 2) \wedge (x + 3 \leq 4))$   
 ג.  $\sim((x + 2 < x^2) \vee (x - 1 \geq 2x + 7))$   
 ד. בקבוצת השלמים:  $\sim((2|x) \wedge (3|x))$

שללי את כל אחד מהפסוקים הבאים:

7

- א.  $\exists x \forall y P(x, y)$   
 ב.  $\forall x \forall y P(x, y)$   
 ג.  $\exists z \exists x \forall y P(x, y, z)$   
 ד.  $\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y))$   
 ה.  $\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$