

תרגיל בית 7 במתמטיקה בדידה 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ו

1 במאי 2016

1. כמה סדרות (a_1, a_2, \dots, a_k) של k מספרים מתוך $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ יש המקיימות: $a_{i+1} \geq a_i + 4$ $\forall 1 \leq i \leq k-1$?

2. כמה סדרות (a_1, \dots, a_{10}) של מספרים שלמים (לאו דוקא אי שליליים) יש המקיימות:

$$1 \leq |a_1| \leq |a_2| \leq \dots \leq |a_{10}| \leq 1000 \quad (*)$$

3. הועד האקדמי של הפקולטה להנדסה פרסם תחרות מאמרים אקדמיים: יחולקו 5 פרסים כספיים (מניחים שבפקולטה יש לפחות 5 סטודנטים שיגישו מאמר) בסדר עולה, עם הפרש של לפחות 1000 ש"ח בין פרס לפרס, כאשר הפרס הראשון (עבור המאמר המוצלח ביותר) יהיה לכל היותר 20000 ש"ח, והאחרון (עבור המאמר החמישי במוצלחותו) יהיה לכל הפחות 1000 ש"ח. כמה אפשרויות יש לחלוקת הפרסים בין הסטודנטים?

4. נגדיר באופן רקורסיבי את הפונקציה $f : \mathbb{N} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{N}$ הבאה:

$$f(p) = p \text{ לכל ראשוני נגדיר } p$$

כלל רקורסיבי: אם $n \geq 2$ לא ראשוני נגדיר $f(n) = \sum_{p|n} f(p)$, כלומר סכום ערכי הפונקציה על הראשוניים שמחלקים את n . לדוגמא:

$$f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 2, f(10) = f(2) + f(5) = 7$$

הוכח שלכל $n \geq 2$ מתקיים $f(n) \leq n$.

5. כמה קבוצות של 4 מספרים מתוך $[100]$ אינן מכילות שני מספרים עוקבים?