

תרגול כיתה 5 – מבוא להסתברות וסטטיסטיקה
התפלגויות (בדידות) מיוחדות – המשך

שאלה 1

ידוע שמספר הרכבים הנכנסים לצומת מתפלג פואסון עם $\lambda = 5$ לדקה. מה ההסתברות ש:

- (1) בין 10:00 ל 10:01 לא ייכנס אף רכב?
- (2) בדקה מסויימת ייכנסו פחות מ-3 רכבים?
- (3) בין 11:00 ל 11:05 ייכנסו 20 רכבים?
- (4) בהינתן שבמשך חצי דקה נכנסו 4 רכבים, מה ההסתברות שבמהלך כל אותה הדקה הבאה ייכנסו 6 רכבים סה"כ?

שאלה 2

במפעל ממתקים נארזות סוכריות אדומות וירוקות באקראי, בשקיות אטומות של 10 סוכריות בחבילה. נתון שב- 20% מהחבילות נארזות שמונה סוכריות אדומות וב- 80% מהחבילות נארזות שש סוכריות אדומות.

במיכל גדול בחנות מפוזרות חבילות סוכריות משני הסוגים הנ"ל. אדם שנכנס מחליט לקנות חבילת סוכריות רק לאחר ששלף 4 סוכריות ללא החזרה מהחבילה, וראה שרובן אדומות. איזה אחוז מהחבילות במיכל יקנה הילד?

מ"מ דו מימדי, התפלגות משותפת, שונות משותפת ומקדם המתאם

נוסחאות

- (1) $E(\sum x) = \sum E(x)$
- (2a) $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ [X, Y independent]
- (2b) $V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2Cov(X, Y)$ [X, Y dependent]
- (3) $Cov(x, y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
- (4) $\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$

שאלה 3

בכד חמישה כדורים הממוספרים מ-1 עד 5: כדורים 1 ו-2 אדומים, כדורים 3 ו-4 ירוקים וכדור 5 הוא לבן. מוציאים מהכד שני כדורים, באופן מקרי וללא החזרה. יהיו:

X – מספר הכדורים הירוקים שיצאו.

Y – מספר הכדורים שעליהם מספרים זוגיים שיצאו.

1. מצא את פונקציית ההתפלגות המשותפת של X ו-Y ואת ההתפלגויות השוליות.
2. מצא את ההסתברות ש- $(X = Y)$ ואת ההסתברות ש- $(X > Y)$
3. חשב את השונות המשותפת $Cov(X, Y)$. האם X ו-Y מתואמים? הערך את חוזק המתאם.
4. חשב את מקדם המתאם בין X ו-Y.
5. ידוע כי יצא לפחות כדור אחד אדום. מה ההסתברות שיצא בדיוק כדור אחד שעליו מספר זוגי?

שאלה 4

שתי קוביות משחק נזרקות (יש חשיבות לסדר). נגדיר מ"מ: X – התוצאה הגבוהה ביותר ו- Y – מספר הקוביות עם תוצאה זוגית.

1. בנה את טבלת ההתפלגות של (X, Y) .
2. חשב את ההסתברויות הבאות:
 $P(2Y < X)$, $P(X + Y \leq 6)$, $P(X \geq 4, Y = 2)$, $P(X \geq 4, Y = 1)$
3. חשב את ההתפלגויות השוליות של X ו- Y .
4. האם X ו- Y בלתי תלויים? נמק.
5. מצא את התפלגות של $Z = X + Y$.
6. מהי התוחלת והשונות של Z .