

מבחן מועד א בבדידה 2 למהנדסים, 83-118,

סמסטר ב, תשע"ח

מרצה: ד"ר קונסטנטיין גולובב

מתרגל: אריאל ויצמן.

- כל השאלות הינן חובה.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: שעתיים וחצי.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
- אין צורך לחשב במדוייק דברים כמו $\frac{2549!}{236!} \dots$

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. הוכיחו:

$$\binom{n}{m} \cdot \binom{n-m}{k-m} = \binom{n}{k} \cdot \binom{k}{m}$$

(15 נקודות)

2. כמה סדרות (a_1, a_2, \dots, a_k) של k מספרים מתוך $\{1, 2, \dots, n\}$ יש, המקיימות:

$$\forall 1 \leq i \leq k-1 : a_{i+1} \geq a_i + 4$$

(20 נקודות)

3. כמה סדרות של n אחדות (1) ו- n "מינוס אחדות" (-1) יש, כך שכל הסכומים

החלקיים הינם אי-שליליים? (20 נקודות)

4. עקרון ה"הכלה והדחה":

א. נסחו אותו. (5 נקודות)

ב. הוכיחו אותו. (20 נקודות)

5. יהי G גרף d -רגולרי.

א. הגדירו: מטריצת שכנויות של גרף. (5 נקודות)

ב. הגדירו: מספר צביעה של גרף. (5 נקודות)

ג. נסחו את משפט הופמן בעזרת ערכים עצמיים של מטריצת השכנויות. (5 נקודות)

ד. רשמו את הערכים העצמיים של A_{K_n} (כאשר K_n זהו הגרף המלא עם n קודקודים),

וודאו כי אי-השיויון במשפט הופמן אכן הדוק עבורו. (5 נקודות)

6. הוכיחו: בגרף דו"צ $G = (V \cup U, E)$ עם מספר אי-זוגי של צלעות אין מעגל אוילר.

(10 נקודות)