

מכונות לא דטרמיניסטיות

מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית יכולה בכל צעד לבחור ביותר מאפשרות אחת עבור מצב נתון. מכונת טיורינג מזהה שפה אם לכל קלט השייך לשפה קיימת לפחות סדרת אפשרויות אחת (ריצה) שתאשר את הקלט, ולכל קלט שאינו שייך לשפה אף ריצה לא תאשר אותו.

הגדרה

נאמר שמכונת טיורינג לא דטרמיניסטית M מכריעה שפה $L \subseteq \Sigma^*$ אם

1. M מזהה את L (באופן לא דטרמיניסטי)

2. לכל $w \in \Sigma^*$ כל ריצה אפשרית של M עוצרת (בזמן סופי)

משפט

שפה L ניתנת להכרעה באופן ל"ד אם"ם L כריעה (במובן הרגיל)

משפט

מחלקת השפות הכריעה סגורה תחת פעולת השרשור.

הוכחה

תהיינה A, B שפות כריעות, אזי קיימות מ"ט $M_A M_B$ במודל B המכריעות אותן בהתאמה. נראה שקיימת מ"ט M להכרעת השפה AB . M תהיה מ"א ל"ד בעלת שני סרטים.

$M(w)$

1. כל עוד האות בסרט 1 אינה רווח, בחר באופן ל"ד מבין האפשרויות:

א. העתק את האות מסרט 1 לסרט 2, מחק את האות מסרט 1, וזו ימינה בשני הסרטים.

ב. עבור לשלב (2)

2. זוז לתחילת המחזור בסרט 2, והרץ בסרט זה את M_A

3. אבם דחתה, דחה.

4. הרץ את M_B בסרט 1 והחזר את תשובתה.

הוכחת נכונות

עבור $w \in A \cdot B$ ניתן לכתוב $w = xy$ כך ש $x \in A$ ו $y \in B$. נתבונן בריצה שבה M בוחרת באפשרות 1' בדיוק $|x|$ פעמים. בריצה זו אנו מקבלים בתחילת שלב 2 את x בסרט 2 ואת y בסרט 1. לכן בשלב 2 M_A תאשר ונגיע לשלב 4, שבו M_B תאשר וכך גם M .

נוכיח ש M עוצרת בכל מסלול אחר: מובן ששלב (4) ו (2) מסתיימים תמיד בזמן סופי. בנוסף בגלל התנאי בשלב (1), שלב זה יכול להמשך (w) צעדים לכל היותר, ולכן כל ריצה בשה"כ תסתיים בזמן סופי.

$w \in A \cdot B$ בתחילת שלב (2) (שתמיד מגיעים אליו) מופיעה מחרוזת x בסרט 1 כך ש $xy = w$. אם $x \notin A$, m תדחה בשלב (3). אחרת, היא תגיע לשלב (4) ולפי ההנחה בהכרח $y \in B$ ולכן M תבחר שם.

תרגיל

תהי $L \subseteq \Sigma^*$ שפה, נגדיר $prefix(L) = \{x \in \Sigma^* | \exists y \in \Sigma^* : xy \in L\}$. הוכח שמחלקת השפות הניתנת לזיהוי סגורת תחת פעולת $prefix$.

הוכחה

נראה מכונה M' לזיהוי $prefix(L)$ שבנויה על בסיס M לזיהוי L .

$M'(w)$

1. זו ימינה עד סוף w
2. בחר באופן ל"ד מבין האפשרויות:
 - א. בחר באופן ל"ד $\sigma \in \Sigma$, כתוב אותה על הסרט, זו ימינה, וחזור ל(2)
 - ב. עבור ל(3)
3. חזור לתחילת המחרוזת שעל הסרט, הרץ את M והחזר תשובתה.