מקליד: עידן אריה
מרצה: ד"ר אורן קאפח
תאריך: 2019-03-27

גרפיקה ממוחשבת
89-663-01

אם יש קו P_0P_1 אפשר למצוא את נקודת החיתוך שלו עם הגבול באמצעות חישוב מכפלה סקלרית. אבל זה לא מספיק - צריך גם לדעת אם הקו יוצא או נכנס - כלומר האם הנקודה שיוצאת מהגבול היא P_0 או P_1?[1]. לכל קו אנחנו רוצים למצוא את נקודה הכניסה (עם גבול כלשהו) עם הt הכי גדול ואת נקודת היציאה עם הt הכי קטן, ולצייר את הקו ביניהן כאשר:

- אם $t < 0$ או $t > 1$ אז זה מחוץ לקו (לוקחים את הנקודה עם $t = 0$ או $t = 1$)
- אם הt של נקודת הכניסה גדול מזה של נקודת היציאה - אז זה אומר שהקו כולו מחוץ למסגרת.

חיתוך פוליגון

כדי לחתוך פוליגון, נחתוך אותו **<u>עם כל גבול בנפרד</u>**.
נעבור על כל הקודקודים. בכל שלב נעבור מקודקוד S (שכבר טיפלנו בו) לקודקוד P, ונבנה את רשימת הקודקודים של הפוליגון החדש:

- אם S היה בפנים וגם P בפנים - מוסיפים את P.
- אם S בפנים אבל P בחוץ - מוצאים את נקודת החיתוך I של SP עם הגבול איתו אנחנו חותכים כרגע ומוסיפים אותה.
- אם S בחוץ וגם P בחוץ - לא מוסיפים שום קודקוד.
- אם S בחוץ אבל P בפנים - מוצאים את נקודת החיתוך I ומוסיפים אותה.

תלת מימד

מערכת צירים תלת מימדית

מערכת צירים לפי כלל יד ימין אומרת שאם ביד ימין האגודל הוא ציר הX והאצבע המורה היא ציר הY, אז כף היד מופנית לכיוון ציר הZ.
מערכת צירים לפי כלל יד שמאל זה אותו דבר רק עם יד שמאל.

מכפלה וקטורית

$$U \times V = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

נותן $U \times V = \hat{n}\,|U|\,|V|\sin\theta$ כאשר $\hat{n}$ הוא הנורמל לפי כלל יד ימין.

נקודה במרחב

נגדיר נקודה במרחב לפי מערכת צירים הומוגנית - כלומר:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

[1] יכול להיות ששתי הנקודות מחוץ למסגרת - אבל אם יש חיתוך עם גבול אז רק אחת מהן נמצאת מחוץ **לאותו** גבול (השנייה תהיה מחוץ לגבול אחר)

טרנספורמציות

נשתמש במערכת צירים הומוגנית - כלומר מטריצות 4×4:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & t_x \\ d & e & f & t_y \\ g & h & i & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

טרנספורמציה על נקודה היא:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & t_x \\ d & e & f & t_y \\ g & h & i & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

נשים $\heartsuit$: כאשר רוצים למצוא טרנספורמציה צריך 12 משוואות - 4 נקודות כאשר כל נקודה נותנת 3 משוואות.

מטריצות טרנספורמציה

מאוד דומות לדו-מימד:

- הזזה:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- שינוי גודל:

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- shear

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b & 0 \\ c & 1 & d & 0 \\ e & f & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

סיבוב קצת שונה (אבל עדיין דומה) - כי לא מספיק זווית, צריך גם לבחור ציר סיבוב:

$$\mathrm{rot}_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathrm{rot}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathrm{rot}_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

שינוי מערכת צירים

גם אותו דבר - בונים מטריצה שמזיזה את הצירים.

סיבוב סביב ציר כלשהו

נשנה מערכת צירים כך שציר הסיבוב ילתכד עם אחד מצירי המערכת, נסובב, ונשנה מערכת צירים חזרה.
בשביל לבנות מערכת צירים צריך 3 ווקטורים:

- וקטור W שמקביל לוקטור הסיבוב שלנו.
- עוד וקטור V שהוא מאונך לW נמצא ע"י $V = W \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

נשים ♡: אם $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} W,$ לא בת"ל אז זה לא יעבוד - אבל במקרה הזה אפשר פשוט לסובב מסביב לציר הZ.

- וקטור U שמאונך לשניהם: $U = V \times W$

נבנה מטריצה M לסיבוב למערכת הצירים החדשה, מטריצה T להזזת מרכז הסיבוב למרכז מערכת הצירים החדשה, וR - מטריצת הסיבוב מסביב לציר הZ. הטרנספורמציה תהיה:

$$P' = T^{-1} M^{-1} R M T P$$

טרנספורמציות על משוואת המישור

אפשר לייצג את משוואת המישור באמצעות קואורדינטות הומוגניות:

$$Ax+By+Cx+D=\begin{bmatrix}A & B & C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\\1\end{bmatrix}=0$$

כל נקודה שהיא על המישור תקיים את משוואת המישור, ואם ניקח שתי נקודות כאלה ונעשה מכפלה וקטורית נקבל את הנורמל:

$$\begin{bmatrix}\frac{A}{D}\\\frac{B}{D}\\\frac{C}{D}\\1\end{bmatrix}$$

דרך אחת לעשות טרנספורמציה T על המישור היא לעשות טרנספורמציה על 3 נקודות ולחשב מחדש את A,B,C,D. אבל אם נסתכל בצורה אלגברית, נרצה להזיז את **כל** הנקודות האפשריות כך שיתקיים:

$$\begin{bmatrix}A' & B' & C' & D'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x'\\y'\\z'\\1\end{bmatrix}=0$$

אבל בגלל ש$T^{-1}T=1$, אפשר לדחוף את זה לתוך משוואת המישור המקורית:

$$\begin{bmatrix}A & B & C & D\end{bmatrix}T^{-1}T\begin{bmatrix}x\\y\\z\\1\end{bmatrix}=0$$

אבל $\begin{bmatrix}x\\y\\z\\1\end{bmatrix}T=\begin{bmatrix}x'\\y'\\z'\\1\end{bmatrix}$, כלומר:

$$\begin{bmatrix}A & B & C & D\end{bmatrix}T^{-1}\begin{bmatrix}x'\\y'\\z'\\1\end{bmatrix}=0$$

ולכן:

$$\begin{bmatrix}A' & B' & C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B & C & D\end{bmatrix}T^{-1}$$