

## תרגיל 8

### שאלה 1

נתונה מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x + y + z = t \\ tx + (2t - 2)y + (t^2 + t)z = t^2 \\ -6x - 2y - 2tz - t^2z - 5tz = -5t - 3 \end{cases}$$

א. כאשר  $t$  הוא מספר ממשי. עבור אילו ערכים של  $t$  יש למערכת:

- פתרון יחיד
- אין פתרון
- אינסוף פתרונות.

ב. היעזר בסעיף הקודם וקבע עבור אילו ערכי  $t$  הוקטורים הבאים מהווים בסיס עבור  $R^3$ :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ 2t - 2 \\ t^2 + t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 - 2t \\ -t^2 - 5t \end{pmatrix}$$

### שאלה 2

לגבי כל אחת מהבאים- נתון כי זהו מרחב וקטורי. מצאו בסיס ומימד.

1.

$$V_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \mid z = 2y, y = x \right\}$$

2.

$$V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \mid y = x - z \right\}$$

3.

$$V_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^4 \mid y = x - z, w = 2y + z \right\}$$

4.

$$W = \text{span}\{(1, -7, -5, 1), (1, -5, -4, 2), (1, 1, -1, 5), (2, -4, -5, 7)\}$$

$$W = \{(a, b, c, d) \in R^4 \mid a = c + 2d, b + a = c + d\}$$

**שאלה 3**

האם הקבוצה  $\{2+x, 1+x^2, x^2+x^3, x^2-x^3\}$  מהווה בסיס ל-  $\mathfrak{R}_3[x]$  ?

**שאלה 4**

מצא בסיס ומימד למרחב הפתרונות של המערכת:

$$\begin{cases} x + y + z + w = 0 \\ x + 3y + 2z + 4w = 0 \\ 2x + z - w = 0 \end{cases}$$

**שאלה 5**

תהי  $S = \{ax^2 + 2, x^2 + ax - 2, x + 1\}$ .

. הוכיחו כי לכל  $a \in R$ ,  $S$  בסיס ל-  $R_2[x]$ .