שם הקורס: טופולוגיה
שם המרצה: דר' נוביק
מתרגלים: לואי פולב ומני שלוסברג

תרגיל בית מספר 8

תאריך הגשה: 13.6

שאלה 1

הוכיחו כי $\mathbb{R}$ אינו הומאומורפי ל- $\mathbb{R}^n$ עבור $n>1$.

שאלה 2

יהי X מ"ט, ותהיינה $A,B\subseteq X$ ת"ק.

א. הוכיחו כי מתקיים $cl(A\cap B)\subseteq cl(A)\cap cl(B)$
ב. הראו על ידי דוגמא נגדית כי לא ניתן להחליף את ההכלה בסעיף א' בשיוויון.
ג. נסחו והוכיחו טענה דומה (כמו בסעיף א') עבור $int(A\cup B)$

שאלה 3

יהיו X,Y מ"ט, ותהי $f:X\to Y$ הומאומורפיזם. הוכיחו כי עבור $A\subseteq X$ מתקיים $f(int(A))=int(f(A))$.

שאלה 4

הוכיחו או הפריכו:

א. $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\cong\mathbb{Q}$
ב. $X\cong S^1$ כאשר $X=$ תת-מרחב של $\mathbb{R}^2$ בצורת **8**, $S^1=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$
ג. $(2,5)\cup(7,8)\cong(-3,-1)\cup\{0\}$

שאלה 5

תהי $f:X\to Y$ חח"ע ועל.

א. הוכיחו שאם f פתוחה או סגורה ואם X הוא האוסדורף אזי Y הוא האוסדורף.
ב. הוכיחו שאם f רציפה ו- Y האוסדורף, אזי X האוסדורף.

<u>שאלה 6</u>

יהי X מ"ט. הוכיחו שהתנאים הבאים שקולים:

א. X האוסדורף.

ב. לכל $x \in X$, החיתוך של **כל** הקבוצות הסגורות המכילות סביבות של x הוא $\{x\}$.

<u>שאלת בונוס</u>

הוכיחו: אם $A \subseteq \mathbb{R}^2$ תת קבוצה בת מניה, אזי $\mathbb{R}^2 \setminus A$ קשיר מסילתית.

בהצלחה!