

תרגיל בית 4 – חדווא 1

שאלה 1

בדוק התכנסות או התבדרות של הסדרות הבאות (הוכח את תשובתך):

א. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n)$

ב. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ כאשר $a_n = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$

שאלה 2

הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

א. $a_n \rightarrow a \Rightarrow |a_n| \rightarrow |a|$

ב. $a_n \rightarrow a \Leftarrow |a_n| \rightarrow |a|$

ג. $a_n \rightarrow 0 \Leftarrow |a_n| \rightarrow 0$

ד. $a_n^2 \rightarrow a^2 \Rightarrow a_n \rightarrow a$

ה. $a_n^3 \rightarrow a^3 \Rightarrow a_n \rightarrow a$

שאלה 3

מצא את כל הגבולות החלקיים של הסדרות הבאות. קבע מהו $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$, $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$

א. $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$

ב. $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$

ג. $a_n = (-1)^n \cdot n$

ד. $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

ה. $a_n = \arctan((-1)^n \cdot n)$

שאלה 4

הראה לפי תנאי קושי שהסדרות הבאות מתבדרות:

א. $a_n = \frac{n \cos(\pi n) - 1}{2n}$

ב. $a_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}$

שאלה 5

נניח ש $a_1 = \frac{1}{2}$ ולכל $n \geq 2$ $|a_n - a_{n-1}| < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ הראה כי הסדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת וגבולה a

מקיים $0 < a < 1$

בהצלחה!!!