

1. (10 נק) צטט את הגדרת הגבול של סדרה, והגדרת שלילת הגבול:

a. L הינו גבול הסדרה a_n אם: _____

b. L אינו גבול הסדרה a_n אם: _____

2. (20) נתונות שתי סדרות $\{a_n\}$ ו $\{b_n\}$, נתון שהסדרה $\{a_n + b_n\}$ חסומה, ונתון

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$. מצא את הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$. הוכח את כל הטענות שלך בדרך לחישוב.

3. (20 נק) מצא את גבול הסדרה $\sqrt[n]{a}$ עבור $0 < a < 1$ (הסתמכו על העובדה כי $\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$).

4. (20 נק) תהי הסדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה $a_{n+1} = a_n^2$, ונתון $a_1 = c > 0$

a. עבור אילו ערכי c הסדרה מונוטונית עולה? יורדת? נמקו.

b. עבור אילו ערכי c הסדרה מתכנסת ולאיזה גבול? נמקו.

5. (20 נק) תהי $\{a_n\}$ סדרה שאינה חסומה מלעיל. הוכח/הפוך: ל $\{a_n\}$ יש תת סדרה

ששואפת לאינסוף.

6. (40 נק) חשב את גבולות הסדרות הבאות:

a.
$$\frac{\sin(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$$

b.
$$\sqrt[n]{9^{n+1} - 3^{2n}}$$

ג. הסדרה הנתונה על ידי נוסחת הנסיגה $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{2} + \frac{1}{2}$ (נתון כי היא מתכנסת)

ד.
$$\left(1 + \frac{3n}{n^2 + 1}\right)^n$$

ה.
$$\sqrt[n]{\frac{(2n)!}{(n!)^2}}$$

