

רשימת משפטים לבחינה

1. כלל המכפלה עבור נגזרת:

תהיינה u, v פונקציות של x , אזי לכל ערך של x עבורו הנגזרות $\frac{du}{dx}, \frac{dv}{dx}$ קיימות מתקיים

$$\frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

2. נגזרת הפונקציה ההופכית:

תהיינה f, g פונקציות הפכיות (כלומר $x = g(y) \Leftrightarrow y = f(x)$). אם שתי הנגזרות

$$f'(x), g'(y) \text{ קיימות ושונות מאפס, מתקיים } f'(x) = \frac{1}{g'(y)}$$

3. כלל השרשרת:

תהיינה f, h שתי פונקציות ממשיות ותהי $g = f \circ h$ ההרכבה שלהן (כלומר $(g(t) = f(h(t)))$). לכל ערך של t שעבורו הנגזרות $f'(h(t)), h'(t)$ קיימות, גם הנגזרת $g'(t)$ קיימת ומתקיים: $g'(t) = f'(h(t))h'(t)$.

4. משפט הנקודה הקריטית:

תהי f פונקציה רציפה בקטע I . תהי $c \in I$ ונניח שיש ל- f מינימום או מקסימום ב- c .
אחד מהבאים מתקיים בהכרח:
א. c היא נקודת קצה של I ;
ב. $f'(c)$ אינה מוגדרת;
ג. $f'(c) = 0$.

5. משפט ערך הביניים:

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על קטע סגור $[a, b]$. נניח ש- f מקבלת ערך חיובי בקצה אחד של הקטע וערך שלילי בקצה האחר. אזי יש ל- f אפס בקטע (a, b) . כלומר, קיים $c \in (a, b)$ כך ש- $f(c) = 0$.

6. משפט Rolle:

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a, b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a, b) . אם $f(a) = f(b) = 0$ אזי קיימת לפחות נקודה אחת $c \in (a, b)$ כך ש- $f'(c) = 0$.

7. משפט הערך הממוצע של Lagrange:

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a, b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a, b) . אזי קיימת $c \in (a, b)$ כך ש- $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

8. משפט Heine – Cantor:

תהי f פונקציה ממשית המוגדרת על קטע סגור $[a, b]$. אם f רציפה ב- $[a, b]$ אזי היא רציפה במ"ש ב- $[a, b]$.

9. הטור ההרמוני מתבדר.

10. הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ מתכנס עבור $p > 1$ ומתבדר עבור $p \leq 1$.

11. מבחן Leibniz (טור עם סימנים מתחלפים):

נניח ש- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ הוא טור עם סימנים מתחלפים (כלומר $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ הוא טור חיובי).

אם:

א. $a_n \geq a_{n+1}$ לכל $n \in \mathbb{N}$;

ב. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;

אזי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ מתכנס.