

משך הבוחן 90 דקות.  
כל שאלה שווה 30 נקודות,  
פתרו כמה שיותר שאלות.

1. חשבו את גבולות הסדרות הבאות (מותר להשתמש במשפטים מההרצאה והתרגול, אין

צורך להשתמש בהגדרת הגבול).

$$a_n = \frac{\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{n^3-1} - \sqrt[3]{n^3+1}} \quad .a$$

$$b_n = \sqrt[n]{1^n + 2^n + \dots + 666^n} \quad .b$$

$$c_n = \sin(n) \left( \frac{1}{\ln(n+1)} \right)^{\sqrt{n}} \quad .c$$

2. תהיינה  $a_n, b_n$  סדרות חסומות. הוכיחו כי  $\overline{\lim} a_n + \underline{\lim} b_n \leq \overline{\lim} (a_n + b_n)$

3. תהי סדרה  $a_n$  המוגדרת על ידי כלל הנסיגה

$$\begin{cases} a_1 = c > 0 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n} \end{cases}$$

- א. עבור אילו ערכי  $c$  הסדרה מונוטונית?  
ב. עבור אילו ערכי  $c$  הסדרה מתכנסת?  
ג. כאשר הסדרה מתכנסת, מהו גבולה?

4. חשבו את סכום הטור  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{2^{2n+1}}$