

## פילטרים

אחרי שעשינו low-pass filter, ולקחנו רק את התדרים הנמוכים, קיבלנו תמונה מטושטשת - אבל עם גלים! למה?  
תזכורת: משפט הקונבולוציה:

$$f \cdot g = h \implies F * G = H$$

כאשר  $f \cdot g$  זו מכפלת פונקציות (לא מכפלת מטריצות!) -  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

כשעשינו low-pass filter, לא עשינו את זה עם פילטר גאוסיאני אלא עם פילטר שטוח (rect) - ולכן במישור התדר קיבלנו קונבולוציה עם התדר של של rect, שזה sinc.

## חידוד תמונה

כדי לחדד תמונה, נרצה להגביר את התדרים הגבוהים. איך עושים את זה?

```
for l = 1:rows
    for c = 1:cols
        f = sqrt((l-cl)^2 + (c-cc)^2) /
            max(sqrt((rows/2)^2) + (cols/2)^2)
        mask(l, c) = filter(f)
    end
end
```

ועכשיו רק צריך להגדיר את הפונקציה filter בצורה שתחזק תדרים גבוהים. למשל

$$\text{filter}(f) = \begin{cases} 0 & f \geq 0.5 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

## איך זה מתקשר לקונבולוציה?

בשביל לטשטש תמונה עם קונבולוציה, השתמשנו בפילטר קונבולוציה כמו  $G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 16$ . זה בעצם מחזק תדרים נמוכים. אם רוצים קונבולוציה שתשאיר את התמונה אותו דבר, משתמשים ב  $\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . אז בשביל לקבל תדרים נמוכים צריך לחסר  $G - \delta$ :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 16 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 12 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} / 16$$

זה מזכיר את פונקציית sinc!

או באופן כללי, אם רוצים לחזק את התדרים הגבוהים פי  $S$ , צריך לעשות High Emphasis Filter (HEF) -  $\delta - S(\delta - G)$

$$\begin{bmatrix} -S & -2S & -S \\ -2S & 16 + 12S & -2S \\ -S & -2S & -S \end{bmatrix} / 16$$

במקומות "שטוחים", הפילטר הזה יתן 0. אבל כאשר יש שינויים חדים, בתחילת העליה נקבל ערך שלילי ובסופה נקבל ערך חיובי - שניהם נשלטים ע"י הגודל של  $S$ . לכן אם נחבר את התוצאה של הקונבולוציה הזאת לתמונה זה יחזק את הגבולות.

**ובמישור התדר:**

איך נראה הפילטר  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  במישור התדר? פילטר שמעביר את התמונה כמו שהיא - כלומר קו שטוח.

ואיך נראה  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 16$  במישור התדר? זה גאוסיאן, ולכן הוא נראה כמו גאוסיאן.

אז איך נראה  $G - \delta$  במישור התדר? פשוט גאוסיאן הפוך (1 פחות גאוסיאן) - שזה אומר 0 באמצע ו1 בקצוות, כלומר high-pass filter.