אלגברה לינארית למתמ'- תרגיל 9
להגשה ליום שני כ"א סיוון (11.6)

1. תהי $A=\begin{pmatrix}6&2&-2\\-16&-5&7\\3&1&-1\end{pmatrix}$. מצא את צורת ג'ורדן J של A ומצא מטריצה P כך ש-$P^{-1}AP=J$.

2. תהי $A=\begin{pmatrix}10&1&-1\\2&9&-1\\6&3&5\end{pmatrix}$. מצא את צורת ג'ורדן J של A ומצא מטריצה P כך ש-$P^{-1}AP=J$.

3. תהי $A=\begin{pmatrix}2&2&-1\\3&-5&4\\6&-14&10\end{pmatrix}$. מצא את צורת ג'ורדן J של A ומצא מטריצה P כך ש-$P^{-1}AP=J$.

4. פתרו:

האם ההגדרה הבאה מהווה מכפלה פנימית ב- V? $(v_1,v_2)=x_1x_2+7y_1y_2$; $v_1=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $v_2=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}$.

5.

בדוק לאילו ערכים של α הפונקציה הבאה היא מכפלה פנימית מעל $\mathbb{R}^2$:

$$\langle(x_1,x_2),(y_1,y_2)\rangle := x_1y_1-3x_1y_2-3x_2y_1+\alpha x_2y_2$$

(היעזר במשפט הבא: אם $\langle v,u\rangle = vAu^t$, $A\in\mathbb{R}^{2\times2}$ היא מכפלה פנימית אז $A=A^t$, $\alpha_{11}>0$, $\alpha_{22}>0$ ו- $|A|>0$).

6. **הוכח שאם הוקטורים $v_1,\dots,v_4$ מקיימים:** $\langle v_i,v_j\rangle=\begin{cases}3 & i=j\\-1 & i\neq j\end{cases}$ **אזי:** $v_1+\dots+v_4=0$.

7.

יהי V מרחב אוקלידי (כלומר מרחב מכפלה פנימית מעל $\mathbb{R}$). הוכיחו כי לכל $u,v\in V$

$$(u,v)=\frac{1}{4}\left(\|u+v\|^2-\|u-v\|^2\right).$$