

מופשטת 3 תשע"ה - תרגיל 3

1. חשבו (ונמקו) :

$$[\mathbb{Q}[\sqrt{3+\sqrt{7}}, \sqrt[3]{3}] : \mathbb{Q}] \quad (\text{א})$$

$$[\mathbb{Q}[\sqrt[6]{5}] : \mathbb{Q}[\sqrt{5}]] \quad (\text{ב})$$

2. מצאו דוגמא להרחבת שדות $L/F, K/F$:

$$[KL : K] < [L : F] \quad (\text{א}) \text{ כך ש}$$

$$[KL : K] = [L : F] \quad (\text{ב}) \text{ כך ש} \quad ([K : F] \neq 1 \text{ תנו דוגמא שבה})$$

3. הראו שהשדות $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}], \mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}\rho_3]$ הם איזומורפיים (בנו איזומורפיזם מפורש), אבל הם שונים כקבוצות.

(לבניית האיזומורפיזם השתמשו באיזומורפיזם המפורסם: $F[x]/\langle f_a \rangle \cong F[a]$.)

4. שחקו במשחק Euclid: The Game ב <http://euclidthegame.com> עד שלב 8.

5. הוכיחו כי $\sqrt[5]{3}$ והזוית $\alpha = 2\pi/7$ הם לא ברי בנייה. (השתמשו בעובדה $\cos(3\alpha) = \cos(4\alpha)$.)

6. הראו ש ρ_5 הוא בר בנייה. הסק שניתן לבנות פנטגון ע"י סרגל ומחוגה. (הבהרה: מס' מרוכב הוא בר בנייה אם הוא $x + iy$ כש- x, y הם ברי בנייה.)