

## אלגברה לינארית למורים - פתרון תרגיל 2

### פתרון שאלה 1

פתרו את המערכות הבאות ובמידה ויש אינסוף פתרונות מצאו את הפתרון הכללי:

$$\begin{cases} x + 7y = 4 \\ -2x - 9y = 2 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ -2 & -9 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2+2R_1 \rightarrow R_2} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 10 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{1}{5}R_2 \rightarrow R_2} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_1-7R_2 \rightarrow R_1} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \quad .א$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y - 4z = 8 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 10x - 16y + 14z = 2 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -4 & 8 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 10 & -16 & 14 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 10 & -16 & 14 & 2 \end{array} \right) \quad .ב$$

$$\xrightarrow{R_3-5R_1 \rightarrow R_3} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3+R_2 \rightarrow R_3} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array} \right)$$

קיבלנו שורת סתירה ולכן אין פתרון.

$$\begin{cases} x + 4y + 5z = 6 \\ -x - 2y - 6z = -3 \\ 4x + 10y + 23z = 15 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 5 & 6 \\ -1 & -2 & -6 & -3 \\ 4 & 10 & 23 & 15 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_2+R_1 \rightarrow R_2 \\ R_3-4R_1 \rightarrow R_3}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & 3 & -9 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_3+3R_2 \rightarrow R_3} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1-2R_2 \rightarrow R_1} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{0.5R_2 \rightarrow R_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & -0.5 & 1.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$z = t$$

$$y - 0.5t = 1.5 \Rightarrow y = 1.5 + 0.5t$$

$$x + 7t = 0 \Rightarrow x = -7t$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$$

ג.

כלומר יש אינסוף פתרונות

## פתרון שאלה 2

קבעו האם המטריצות הבאות הם מדורגות או לא וסמנו מיהם האיברים המובילים:

האיברים המובילים מסומנים באדום

א. - צורה קנונית 
$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 4 & 5 & | & 6 \\ 0 & \textcircled{-2} & -6 & | & -3 \\ 0 & 0 & \textcircled{3} & | & 0 \end{pmatrix}$$

ב. - לא צורה קנונית כי מתחת לאיבר המוביל המסומן אין רק אפסים 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -3 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{-2} & | & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix}$$

ג. - לא צורה קנונית כי שורות האפסים לא מופיעים בתחתית 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -3 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix}$$

המטריצה 
$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & -2 & 2 & 0 & -1 & 0.5 & | & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & -3 & -1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{-2} & 1 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{3} & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$
 ד. - צורה קנונית