

מתמטיקה בדידה – תרגיל 7

1. הוכח או הפרך:

- א. $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\} = \mathbb{N}$
- ב. $\{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}_{11}\} = \mathbb{Z}_{11}$
- ג. $\{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{Z}$
- ד. אם $|A|=|B|$ וגם $f: A \rightarrow B$ חח"ע אזי f על.
- ה. אם $|A|=|B|=n \in \mathbb{N}$ וגם $f: A \rightarrow B$ חח"ע אזי f על.
- ו. $\mathbb{N} \sim \mathbb{N} \times \{0,1\}$

2.

- א. תהי K קבוצת המספרים הממשיים שאינם רציונאליים. הוכח ש- K אינה בת מניה.
- ב. מצא מהי עוצמת הקבוצה: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - \pi) \in \mathbb{Q}\}$ (למשל, $\pi, \pi + 0.189 \in A$).

3. ניקח את המישור $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. נצייר עליו מספר עיגולים (עיגול הוא הפנים של מעגל,

- כלומר $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 < r^2\}$ עבור איזושהי נקודה $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ואיזשהו רדיוס $r \in \mathbb{R}^+$). נניח כי ציירנו את העיגולים כך שאין חיתוך בין אף שני עיגולים.
- א. הוכח כי עוצמת מספר העיגולים המצוירים היא לכל היותר \aleph_0 .
 - ב. האם זה היה נכון גם לו במקום עיגולים היינו מציירים מעגלים?

4. בהינתן שתי קבוצות A ו- B , ויחסי סדר מלאים R על A ו- S על B , פונקציה $f: A \rightarrow B$ נקראת שומרת סדר אם לכל aRb , $f(a)Sf(b)$. אמור האם קיימת $f: A \rightarrow B$ הפיכה ושומרת סדר במקרים הבאים:

- א. $A = \mathbb{N}$, $R = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a \leq b\}$ ו- $B = \mathbb{N} \cup \{0\}$, $S = \{(a,b) \in \mathbb{N} \cup \{0\} \times \mathbb{N} \cup \{0\} : a \leq b\}$
- ב. $A = \mathbb{N}$, $R = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a \leq b\}$, $B = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$, $S = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a \leq b\} \cup \{(a,\infty) : a \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}\}$ ו-

בהצלחה!