

83-118 מתמטיקה בדידה 2

מועד א 13.07.17

יש לענות על 4 שאלות בדיוק מתוך 5.
משך המבחן: שעתיים וחצי.
חומר עזר: מחשבון בלבד.

1. בכמה אופנים ניתן לבחור ועדה של 4 אנשים מתוך קבוצה של 10 זוגות נשואים (גבר ואישה) כך ש:
 - (א) ללא הגבלות.
 - (ב) בוועדה לא ישתתף זוג נשוי.
 - (ג) מספר הנשים שווה למספר הגברים.
 - (ד) מספר הגברים יהיה קטן ממש ממספר הנשים בוועדה.
 - (ה) הוועדה מורכבת מ־4 תפקידים **שונים**, ואותו אדם יכול להיבחר לכמה תפקידים.
2. מצאו נוסחת נסיגה ותנאי התחלה לכמות המילים מעל הא"ב $\{a, b, c\}$ מאורך n של **לא** מכילות את הרצף bc .
רשמו את המשוואה האופיינית המתאימה לנוסחת הנסיגה ומצאו את הפתרון לבעיה.
3. נתונה קבוצה של 12 מספרים שלמים דו־ספרתיים.
 - (א) הוכיחו כי יש לפחות שני מספרים שההפרש בין הספרות שלהם זהה.
(למשל הפרש הספרות של 18 הוא $|1 - 8| = 7$.)
 - (ב) הוכיחו כי יש לפחות שני מספרים כך שהשארית שלהם בחלוקה ב 11 היא זהה.
4. למסיבה מגיעים 5 אנשים, לכל אחד כובע אחר אותו הוא מניח בכניסה. בסוף המסיבה המארח מגיש לכל אורח כובע כלשהו מבין ה-5 כובעים.
 - (א) בכמה דרכים יכול המארח לחלק את הכובעים לאורחים?

(ב) בכמה דרכים יכול המארח לחלק את הכובעים כך שאף אחד מהאורחים לא יקבל את הכובע שלו?

5. בסעיפים הבאים $G = (V, E)$ גרף סופי מסדר n . אין קשר בין הסעיפים.

(א) נניח שהגרף קשיר עם n צלעות. כמה מעגלים (אם בכלל) יש בגרף? הוכיחו.
(ב) נניח שהגרף קשיר ויש לו מעגל אוילר. האם הגרף בהכרח מישורי? (הוכיחו או ציירו דוגמא נגדית).

(ג) נניח ש G הוא גרף מישורי, קשיר, 3- רגולרי עם 20 קדקודים. כמה פאות יש ל G ?

בהצלחה!