

2 תרגול 2

1. $(\lambda - 1)^2(\lambda - 4)$ פ"א $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$V_1 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$V_4 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. לכסנו אותה.

3. פ"א של משולשית. נקבל שהמטריצה $\lambda I - A$ היא משולשית, ולכן הדטרמיננטה היא מכפלת האלכסון, כלומר:

$$f_A(\lambda) = \sum_{i=1}^n (\lambda - A_{i,i})$$

4. אם ל A יש n ע"ע שונים היא לכסינה: כי לכל ע"ע יש וקטור עצמי, וסה"כ קיבלנו n וקטורים עצמיים בת"ל.

5. הוכיחו כי המטריצות הבאות דומות

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \pi & e \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 100 & 1 & 0 \\ 1 & 32 & 3 \end{pmatrix}$$

הוכחה: יש להן את אותם 3 ע"ע השונים זה מזה, ולכן שתיהן דומות לאלכסונית $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{pmatrix}$, ודמיון הוא יחס שקילות.

6. מטריצה עם משתנה - מתי לכסינה

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & 0 & b \end{pmatrix}$$

הפ"א $p_A(\lambda) = (\lambda - 3)(\lambda - 2)^2(\lambda - b)$
 אם $b \neq 3, 2$ נותר לבדוק מתי $\dim N(A - 2) = 2$ - תמיד
 אם $b = 2$ רק אם $a = 0$
 אם $b = 3$ רק אם $a = 0$