שם הקורס: טופולוגיה

שם המרצה: פרופ' מגרל

מתרגלים: מני וסולי

תרגיל בית מספר 3

<u>שאלה 1</u>

הוכח או הפרך שקיים שיכון איזומטרי במקרים הבאים:

א) $\{\sqrt{3}-\frac{n}{2n+5}:\ n\in\mathbb{N}\}\to\mathbb{Q}\cap(2004,\infty)$.

ב) $(\mathbb{Z},d_5)\to(\mathbb{Z},d_9)$.

<u>שאלה 2</u>

א) יהי (x,d) מ"מ. הוכיחו כי $x\in X$ נקודת הצטברות של $A\subseteq X$ אמ"מ קיימת סדרה $A\supseteq\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ <u>שכל איבריה שונים</u> המתכנסת ל x.

ב) הוכיחו כי $x\in X$ נקודת הצטברות של $A\subseteq X$ אמ"מ לכל $r>0$, $B(x,r)$ מכיל אינסוף נקודות שונות של A.

<u>שאלה 3</u>

מצאו את נקודות ההצטברות של תת הקבוצות הבאות של המרחב המטרי $\mathbb{R}$:

א) $\mathbb{Q}$.

ב) $(0,1)$.

<u>שאלה 4</u>

נסמן ב-A' את אוסף נקודות ההצטברות של A; נסמן ב-A'' את אוסף נקודות ההצטברות של A' וכן הלאה.

יהי $X=\mathbb{R}$. תהי $X\supseteq\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}=A$. מצאו את A', A''.

<u>שאלה 5</u>

א. הוכיחו: כל מישור ב- $\mathbb{R}^3$ הוא סגור.

ב. הוכיחו: הקבוצה $B=\left\{(x,y,z)\mid 3e^{x}-35y^{5}<17y+z^{2}\right\}$ פתוחה ב- $\mathbb{R}^3$.

ג. יהי $M_n(\mathbb{R})$ המרחב המטרי של המטריצות הריבועיות $n\times n$ עם מקדמים ממשיים.

(זהו המרחב המטרי $\mathbb{R}^{n\times n}$ עם המטריקה האוקלידית). הוכיחו שקבוצת המטריצות ההפיכות $GL_n(\mathbb{R})$ פתוחה במרחב זה.

<u>שאלת בונוס</u>

כזכור על $C[0,1]$ ניתן להגדיר את המטריקות הבאות:

$$d_{\max}(f,g)=\max\left\{\left|f(x)-g(x)\right|:\quad x\in[0,1]\right\}$$

$$d_1(f,g)=\int_0^1\left|f(x)-g(x)\right|dx$$

מצאו קבוצה פתוחה ב $\left(C[0,1],d_{\max}\right)$ שאינה פתוחה ב $\left(C[0,1],d_1\right)$.

בהצלחה!