

חשבון אינפי 1 למדמ"ח

תרגיל 10

1. חשבו את הגבולות הבאים (היעזרו בכלל לופיטל) :

א. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x^{-1}}{1 + \sqrt{1-x}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x - x - 1}$

ג. $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\tan \frac{\pi}{2} x}$

ד. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{\frac{1}{\ln x}}$

ה. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(1+2e^x))$ רמז: $(x - \ln(1+2e^x)) = \ln e^{(x - \ln(1+2e^x))}$

ו. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x) \ln x}{1 + \cos(\pi x)}$

2. עבור הגבול $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{6-3x} = 0$ מצאו $\delta > 0$ ממשי כך שלכל $2-\delta < x < 2$ מתקיים $\sqrt{6-3x} < 0.01$.

3. עבור הגבול $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1-x^2} = \infty$ מצאו $\delta > 0$ ממשי כך שלכל $1-\delta < x < 1$ מתקיים $\frac{1}{1-x^2} > 100$.

4. השתמשו בהגדרת הגבול במונחים של ε, δ על מנת להוכיח ש- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{13x-1}{6x} = 2$.

5. השתמשו בהגדרת הגבול במונחים של A, δ על מנת להוכיח ש- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2}{\sqrt{x-3}} = \infty$.

6. בכל אחד מהסעיפים הבאים נסחו את הטענה המבוקשת :

א. נסחו במונחים של ε, δ את הטענה: פונקציה f רציפה בנקודה c .

ב. תהי f פונקציה המוגדרת בנקודה c . נסחו במונחים של ε, δ את הטענה: לפונקציה f יש אי רציפות סליקה בנקודה c .

ג. תהי f פונקציה המוגדרת בסביבה השמאלית של הנקודה $c \in \mathbb{R}$ וכן לכל $x \approx c, x < c$ מתקיים $f(x) \approx L$. נסחו טענה זו במונחים של ε, δ .

ד. תהי $f(x)$ פונקציה המוגדרת בסביבה הימנית של $x=5$ כולל הנקודה עצמה.

לכל $A > 0$ ממשי קיים $\delta > 0$ (התלוי ב- A) ממשי כך שלכל x המקיים
 $5 < x < 5 + \delta$ מתקיים $f(x) > A$. נסחו טענה זו במונחים של היפרממשיים.
מה ניתן לומר על התנהגות של הפונקציה מימין לנקודה $x = 5$?

בהצלחה!!