

מבחן מועד א' – 88-133 אינפי 2 תש"ף

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

א. $\int \frac{x^5+3x^4+5x^3+7x^2+4x+2}{(x+1)^2(x^2+1)} dx$.א

ב. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$.ב

2. קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים:

א. $\int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x^2} dx$.א

ב. $\int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x} dx$.ב

3. קרבו את האינטגרלים הבאים עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.

א. $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$.א

ב. $\int_0^1 x^2 e^{x^2} dx$.ב

4. יהי טור פונקציות

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx^2}$$

א. הוכיחו כי $f(x)$ פונקציה רציפה בכל $(0, \infty)$.

ב. חשבו את $f(x)$ (ניתן לפתור את סעיף זה קודם).

5. תהי סדרת פונקציות $f_n(x)$ המתכנסת בכל \mathbb{R} לפונקציה הגבול $f(x)$, כך שלכל n הפונקציה $f_n(x)$ מונוטונית עולה ממש

ב \mathbb{R} .

א. הוכיחו/הפריכו: $f(x)$ מונוטונית עולה ב \mathbb{R} .

ב. הוכיחו/הפריכו: $f(x)$ מונוטונית עולה ממש ב \mathbb{R} .

תזכורת:

פונקציה נקראת מונוטונית עולה ב \mathbb{R} אם לכל $x_1 < x_2 \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x_1) \leq f(x_2)$.

פונקציה נקראת מונוטונית עולה ממש ב \mathbb{R} אם לכל $x_1 < x_2 \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x_1) < f(x_2)$.