

אלגברה לינארית להנדסה בר-אילן
מועד ב' התשע"ח

ד"ר מיטל אליהו רובינסון.
 מתרגלים : אחיה בראון, עדי בן צבי, אריאל וייצמן, עוזי חרוש.

זמן הבחינה : 3 שעות. הקדישו 30 דק' (לכל היותר!) לחלק הראשון ותכננו את חלוקת הזמן!
 מספיקות 40 דק לכל אחת מהשאלות האחרות!
 מותר להשתמש במחשבוניו מדעיים פשוטים בלבד!

**בסוף הבחינה יש דפי טיוטה לשימושכם. אם תרצו לכתוב שם תשובות - סמנו
 זאת : המשך לתשובה... בעמ' ...**

הערה: כל המרחבים הווקטורים בבחינה הם ממימד סופי.

בהצלחה!

שאלה	ניקוד
הוכחות: שאלות 1-2	
3	
4	
5	
סה"כ	

בס"ד
חלק א' – הוכחה (20 נק' לשאלה)

ענו על אחת בלבד מהשאלות הבאות:

1. תהי $T: V \rightarrow W$ הע"ל, נסחו והוכיחו את המשפט על הקשר בין מימדי הגרעין והתמונה.
2. יהי V מ"ו ממימד n מעל שדה F . נסחו והוכיחו את משפט השלישי חינם.

המשך תשובה לחלק א'

חלק ב' - שאלות פתוחות – יש לענות על כל השאלות!

3. (40 נק') - פירוק SVD

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

תהי A המטריצה הממשית:

- א. (10) מצאו את $B = A^T A$ ומצאו לכסון האורתוגונלי שלה. (רמז למציאת הפ"א : סכמו את השורות לתוך שורה ראשונה: $R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow R_1$)
- ב. (10) חשבו את מטריצות $U \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \Sigma \in \mathbb{R}^{2 \times 3}, V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ בפירוק הסינגולרי: $A = U \Sigma V^T$ - יש להסביר למה המטריצות U, V אורתוגונליות.
- ג. (5) לפי הפירוק שמצאתם חשבו מיהו $N(A)$ (לא תתקבל תשובה חישובית).
- ד. (8) הוכיחו כי $R(A) = R(B)$.
- ה. (7) נגדיר $C = AA^T$. חשבו את $\det((adj C)^{-1})$ ללא חישוב C כלל!

המשך התשובה לשאלה 3

המשך התשובה לשאלה 3

4. (20 נק') - העתקות לינאריות

$$T(1,0,0) = (1,1,1)$$

א. תהי $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ הע"ל כך ש $T(0,1,0) = (k,1,1)$. מצאו את כל הערכים

$$T(0,0,1) = (1,b,2b)$$

של $k, b \in \mathbb{R}$ כך ש T היא חח"ע ועל.

ב. מצאו את הגרעין והתמונה עבור $k=1, b=0$.

ג. עבור T מסעיף ב מצאו בצורה מפורשת $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $S \neq T$, כך ש

$$\text{Im } S = \text{Im } T \quad \ker S = \ker T$$

המשך התשובה לשאלה 4

5. (30 נק') יהיו $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. אין קשר בין הסעיפים:

א. (8 נק') $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ והפ"א הוא $P(x) = x^4 - 1$. הוכיחו כי A לכסינה מעל \mathbb{C} .

ב. (10 נק') הוכיחו או הפריכו: נתון $N(A) = N(B)$. אזי $N(A+B) \subseteq N(A)$.

ג. (12 נק') נתון A הפיכה ולכסינה אורתוגונלית ויהי $E = \{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס

אורתונורמלי המורכב מ"ע של A : $Av_i = \lambda_i v_i$.

הוכיחו כי אם $Ax = y$ אזי $x = \sum_{i=1}^n \frac{\langle y, v_i \rangle}{\lambda_i} v_i$

המשך תשובה

בס"ד המשך תשובה

המשך תשובה

המשך תשובה

טיוטה