

אלגברה לינארית למורים-תרגיל בית 5

13 בדצמבר 2016

שאלה 1

קבעו אם הקבוצות הבאות ת"ל או ב"ת:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{א})$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ב})$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ג})$$

שאלה 2

האם הווקטור $\begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ הוא צירוף לינארי של הווקטורים: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$?

שאלה 3

יהי V מרחב וקטורי מעל \mathbb{F} . הוכח או הפרד: $\text{Span}\{v_1, v_2\} = \text{Span}\{v_1 + v_2, v_1 - v_2\}$?

שאלה 4

יהא $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$ מעל \mathbb{R} :

מצא לאילו ערכי a הקבוצה $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2a - 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\} \subset V$

V בלתי תלויים?

שאלה 5

נניח ש- $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ בת"ל. לאילו ערכים של הפרמטר $\lambda \in \mathbb{F}$, הקבוצה $\{v_1 - \lambda v_2, v_2 - \lambda v_3, \dots, v_n - \lambda v_1\}$ בת"ל?

שאלה 6

יהי $V = \mathbb{R}_3[x]$ מעל \mathbb{R} , ויהי

$$S = \{p_1 = 1 + x + x^2 + x^3, p_2 = -1 + x^2, p_3 = 1 - x + x^2 - x^3\}$$

(א) האם $1 \in \text{Span}\{S\}$

(ב) מצא $\text{Span}(S)$ (אלו תנאים $p = a + bx + cx^2 + dx^3$ חייב לקיים?)

(ג) האם S היא בת"ל?

שאלה 7

נתון מרחב וקטורי כלשהוא V מעל \mathbb{F} ונתונים 3 וקטורים בת"ל $v_1, v_2, v_3 \in V$, האם

הוקטורים $\{v_1 + v_2, v_1 + v_3, v_2 + v_3\}$ הם תלויים לינארית?