פתרון תרגיל 8 - אינטראקציה פוטון-חומר

1. $\lambda = 0.0005\mathring{A} = 5\cdot 10^{-14}\,m$

א. $\frac{hc}{\lambda} = 2m_oc^2 + 2E_k \underset{\text{שווה}}{\Rightarrow} E_k = \frac{hc}{2\lambda} - m_oc^2$

$E_k = 1.907\cdot 10^{-12}\,J$

$\cancel{E_{kp} = 5E_{ke}}$ $\quad E_k^+ = 5E_k^-$

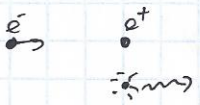
ב. $\frac{hc}{\lambda} = 2m_oc^2 + 6E_{k-}$

$E_{k-} = \frac{hc}{6\lambda} - \frac{2m_oc^2}{6} = 6.36\cdot 10^{-13}\,J$

$E_{k+} = 3.18\cdot 10^{-12}\,J$

2. $v_e = 0.8c$

א.



$m_- = \frac{m_o}{\sqrt{1-0.8^2}} = \frac{5m_o}{3}$

תנע:

(I) $m_-v_- = \frac{h\cancel{c}}{\lambda_1} + \frac{h\cancel{c}}{\lambda_2}\hat{n}$

אנרגיה:

(II) $m_-c^{\cancel{2}} + m_oc^{\cancel{2}} = \frac{h\cancel{c}}{\lambda_1} + \frac{h\cancel{c}}{\lambda_2}$

(II) $\frac{8m_oc}{3} = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2}$

(I) $\frac{4m_oc}{3} = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2}\hat{n} \Rightarrow \hat{n} = -1$

$\pm$

(I) $\frac{4m_oc}{3} = \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}$

(II) $\frac{8m_oc}{3} = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2}$

$4m_oc = \frac{2h}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{h}{2m_oc} = 1.213\cdot 10^{-12}\,m$

$\frac{4m_oc}{3} = \frac{2h}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3h}{2m_oc} = 3.639\cdot 10^{-12}\,m$

2.

$$\text{I}\quad \frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{\lambda_2}\sin\theta$$ שימור תנע בציר y:

הצבה

$$\text{II}\quad m_- v_- = \frac{h}{\lambda_2}\cos\theta$$ שימור תנע בציר x:

$$\text{III}\quad m_- c^2 + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda_1} + \frac{hc}{\lambda_2}$$ אנרגיה:

$$\text{III}\quad \frac{8m_0c}{3} = \frac{h}{\lambda_2}(\sin\theta + 1)$$

$$\text{II}\quad \frac{4m_0c}{3} = \frac{h}{\lambda_2}(\cos\theta)$$

$$\frac{\text{III}}{\text{II}} = 2 = \frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} \Rightarrow 2\cos\theta = \sin\theta + 1$$

$$\cancel{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} =$$

$$2\cos\theta - \sin\theta = 1 \quad /^2$$

$$4\cos^2\theta - 4\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$3\cos^2\theta - 4\sin\theta\cos\theta + \underbrace{(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}_{1} = \cancel{1}$$

$$\cos\theta\,(3\cos\theta - 4\sin\theta) = 0 \Rightarrow 4\sin\theta = 3\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\theta = 36.87^\circ}$$

מקיים את המשוואה
בריבוע
אך לא את המשוואה.

לפי II: $$\lambda_2 = \frac{3h}{4m_0c}\cos\theta = 1.45\cdot10^{-12}\,m$$

לפי I: $$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{\sin\theta} = 2.42\cdot10^{-12}\,m$$

3. $V_+ = V_- = \frac{\sqrt{3}}{2} c$

$$\text{I} \quad 2mv = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2}\hat{n}$$ שימור תנע:

$$\text{II} \quad 2mc^{\cancel{2}} = \frac{h\cancel{c}}{\lambda_1} + \frac{h\cancel{c}}{\lambda_2}$$ שימור תנע:

כדי שיתקיים ספקטרום חייב להתקיים $\hat{n}=-1$ ומכאן:

$\pm$

$$\text{I} \quad 2mv = \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = 2m_0$$

$$\text{II} \quad 2mc = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2}$$

$$\cancel{2}m(v+c) = \frac{\cancel{2}h}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{h}{m(v+c)} = \frac{h}{2m_0(v+c)} = 6.5\cdot 10^{-13} m$$

$$\cancel{2}m(c-v) = \frac{\cancel{2}h}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{h}{m(c-v)} = \frac{h}{2m_0(c-v)} = 9.05\cdot 10^{-12} m$$