אלגברה ליניארית 2
תרגיל 2

1. תהיי $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$. מצא:
   א. הפולינום האופייני וערכים עצמיים של B.
   ב. קבוצה מקסימאלית S של וקטורים עצמיים בלתי תלויים ליניארית של B.
   ג. האם B ניתנת ללכסון? אם כן, מצא P כך ש $P^{-1}BP$ היא אלכסונית.

2. יהי $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ העתקה ליניארית אשר משקפת נקודות ביחס לישר $y = kx$ (כאשר $k \neq 0$).
   א. הראה כי $v_1 = (1,k), v_2 = (-k,1)$ הם וקטורים עצמיים של L.
   ב. הראה כי L ניתן-ללכסון, ומצא הצגה אלכסונית D כזו.

3. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:
   א. אם מטריצה A לכסינה, אז הערכים העצמיים שלה שונים זה מזה.
   ב. לכל שתי מטריצות דומות יש אותם וקטורים עצמיים.

4. תהיי $T: M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ העתקה ליניארית המוגדרת ע"י $T(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot A$. מצא את הוקטורים העצמיים והערכים העצמיים של T.

5. במרחב $\mathbb{R}_2[x]$ (מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה קטנה או שווה ל 2) נתון הבסיס:
$P_1(x) = 1 + x, P_2(x) = 1 - x, P_3(x) = x + x^2$. T היא העתקה ליניארית המעתיקה את המרחב הנ"ל לעצמו כך שמתקיים: $T(P_1(x)) = 1, T(P_2(x)) = 2 + x, T(P_3(x)) = x^2$.
הוכח ש $\lambda = 1$ הוא ערך עצמי ומצא בסיס למרחב העצמי הנתון.