

תפקיד כיתה 11 - סיכום

הקצרות לסיכום:
כמה צורות: *

יהי X_1, \dots, X_n מדגם מקבילי של n צפופים $f(\cdot; \theta)$.
הם Q סוגי $\theta \in \Theta$, X_1, \dots, X_n ו- Q התפלגות שוויה
הלוכה θ קיימת, וקרא Q ~~התפלגות~~ כיתה צורה.

צורה * $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ושיעור נרחבים כגון אלווים קלי:
שוויה יציבה σ אצל $(\bar{X}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ הוא תוקר
סוג קלי מה קצתן $1 - \alpha$ אפוא μ .

צורה * נניח $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ושיעור נרחבים האלווים קלי שוויה σ
אפוא יציבה, אצל $(\bar{X}_n - t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}})$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\bar{X}_n \sim N(\theta, \frac{\theta^2}{n}) \iff X_i \sim N(\theta, \theta^2) \quad 2$$

כלי (צורה) אצל $\theta - \theta$

$$E(\bar{X} - \theta) = E(\bar{X}) - E(\theta) = \theta - \theta = 0$$

$$V(\bar{X} - \theta) = V(\bar{X}) = \frac{\theta^2}{n}$$

$$\bar{X}_n - \theta \sim N(0, \frac{\theta^2}{n}) \quad \mu$$

אפוא $\bar{X} - \theta$ אפוא כיתה צורה θ התפלגות, אפוא θ .

$$\frac{\bar{X} - \theta}{\theta} \quad \text{נניח אצל התפלגות}$$

$$E\left(\frac{\bar{X} - \theta}{\theta}\right) = \frac{1}{\theta} E(\bar{X} - \theta) = \frac{0}{\theta} = 0$$

$$V\left(\frac{\bar{X} - \theta}{\theta}\right) = \frac{1}{\theta^2} V(\bar{X}) = \frac{\theta^2/n}{\theta^2} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\bar{X}_n - \theta}{\theta} \sim N(0, \frac{1}{n}) \quad \mu$$

אפוא $\frac{\bar{X}_n - \theta}{\theta}$ כיתה צורה θ התפלגות \sqrt{V} אפוא θ .

$0 < \frac{Y}{\theta} < 1 \iff 0 < Y < \theta$ וכן $\cdot \frac{Y}{\theta}$ התפלגות נורמלית

$$P\left(\frac{Y}{\theta} < x\right) = P(Y < \theta x) = \int_0^{\theta x} \frac{2(\theta - y)}{\theta^2} dy =$$

$$\frac{1}{\theta^2} \cdot \left[2\theta y - \frac{2y^2}{2} \right]_0^{\theta x} = \frac{1}{\theta^2} \left[2\theta^2 x - \theta^2 x^2 \right] = 2x - x^2$$

נתון שהתפלגות אנה פויה θ - θ , $\frac{Y}{\theta}$ היא נחשבת

נורמלית

$$P_{\theta}\left(T_1 < \frac{Y}{\theta} < T_2\right) = 90\%$$

$$= P\left(\frac{T_1}{Y} < \frac{1}{\theta} < \frac{T_2}{Y}\right) = P\left(\frac{Y}{T_2} < \theta < \frac{Y}{T_1}\right) = 90\%$$

$P_{\theta}(T_1 < \frac{Y}{\theta} < T_2) = 90\%$: לכן $T_2 > T_1$ נחשבת

$$P\left(\frac{Y}{\theta} < T_2\right) - P\left(\frac{Y}{\theta} < T_1\right) = 0.9$$

נניח כי $T_2 = 1$ ונקבל θ סביב התפלגות - נחשבת

$$2 \cdot 1 - 1^2 - 2T_1 + T_1^2 = 0.9$$

$$T_2^2 - 2T_1 + 1 = 0.9$$

$$(T_1 - 1)^2 = 0.9$$

$T_1 = 1 + \frac{3}{\sqrt{10}}$ (האפשרות הזו אינה מתאמת כי $\frac{Y}{\theta} < 1$)
 $T_1 = 1 - \frac{3}{\sqrt{10}}$ (האפשרות הזו מתאמת כי $\frac{Y}{\theta} < 1$)

$$T_1 - 1 = \pm \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$T_1 = 1 - \frac{3}{\sqrt{10}}$$

~~האפשרות הזו אינה מתאמת~~

נחשבת קרוב ל-1

$$P\left(Y < \theta < \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-3} \cdot Y\right)$$

$\bar{X}_{25} = 20$ $\sigma = 2$ $n = 25$

$\alpha = 0.05$

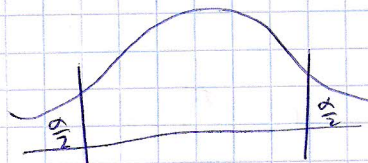
$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$

$\bar{X}_n \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; (משקל אוויר)

$20 \pm 1.96 \cdot \frac{2}{5}$

$[19.216, 20.784]$

ה. בקבוצה כמה הקיסרון 99.1% הנחה

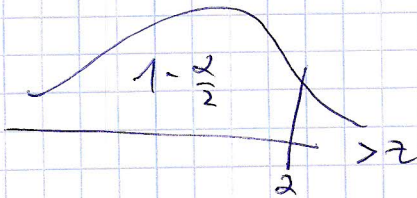


ככל ש α קטן קטן
ההנחות קטנה יותר
היא

ג. בקבוצה (הנחה) 100 לכוונה שיהיה הנחה לפחות אחת, (נחה) 6 ההנחות
היסטוריה, איננו שיהיה קטן

4. $n = 144$ $\sigma = 30$ $\alpha = 0.05$; $206 - 196 = 10$; אורך הנחה

$2 Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10$; אורך הנחה



$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{30}{12} = 5$

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9772$

$\frac{\alpha}{2} = 0.0228$

$\alpha = 0.0456$

כך נחה הנחה $1 - 0.0456 = 0.9544$

ה. ככל ש α קטן הנחה $204 - 198 = 6$

$2 Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6$

$2 \cdot \frac{30}{\sqrt{n}} = 6$

$\sqrt{n} = 20 \Rightarrow n = 400$

$$z_{0.975} = 1.96$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\bar{X}_N = 52$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 1.25 \cdot 5$$

$$2z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1$$

הנחה: הנחה

$$1.96 \cdot \frac{1.25}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{n} = 4.9$$

$$n \approx 24.01$$

פרט אל נקודת המדידה של המדידה הנמדדת

1.11 197

$$\alpha = 0.02$$

$$n = 10$$

.6

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{90}{10} = 9$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{620}{9} = 68.89 = 8.3^2$$

הנחה: הנחה

הנחה: הנחה

$$\bar{X}_n \pm t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

.16

$$t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.99} = 2.821$$

$$9 \pm 2.821 \cdot \frac{8.3}{\sqrt{10}}$$

$$[1.596, 16.404]$$

הנחה: הנחה

הנחה: הנחה

$$\alpha = 0.05, S = 5.2, \bar{x} = 8.3, n = 150$$

הנחה: הנחה

$$t_{149, 0.975} = 1.98$$

הנחה: הנחה

$$\bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$8.3 \pm 1.98 \cdot \frac{5.2}{\sqrt{150}}$$

$$[7.46, 9.14]$$