

תרגיל 2 - טרנספורמטציות

1. חישוב ערך של טרנספורמטציה
- (A) יהי  $G$  זוג הוקרנה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $\mathcal{R}_2(G) = n-2$
- (B) יהי  $G$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $\mathcal{R}_2(G) = 2 - \theta \left(\frac{1}{n}\right)$

2. יהי  $G$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $L(G) = I - A(G)$  הטרנספורמטציה של  $G$ . הוקרה כי לכל  $f \in \mathbb{R}^n$  מתקן
- $$L f^T = \sum_{(u,v) \in E} (f(u) - f(v))^2$$

3. יהי  $P \in \mathbb{R}^n$  וקרה הטרנספורמטציה  $\sum p_i = 1$  ו  $0 \leq p_i \leq 1$  וכן  $\forall i$
- אוקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $P$  וקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $2$  של  $P$
- אוקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $2$  של  $P$
- אוקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $2$  של  $P$  וקרה  $2$  של  $P$

4. יהי  $G$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $f \in \mathbb{R}^n$  וקרה  $n$  זוג הוקרה  $n \times n$  כי  $(f_1, f_2, \dots, f_n)$  כזל
- $$B_f = \sum_{(x,y) \in E} |f_x - f_y|^2$$
- אוקרה  $2$  של  $f$  וקרה  $2$  של  $f$  וקרה  $2$  של  $f$
- (A) הוקרה כי מתקן  $B_f \leq \sqrt{2d} \|L f\|_2$  כזל  $L$  הטרנספורמטציה של  $G$
- (B) הוקרה כי מתקן  $B_f \geq h(G) \|f\|_2^2$  הוקרה  $h(G)$  הוקרה  $h(G)$  הוקרה  $h(G)$
- (C) הוקרה כי מתקן  $h(G) \leq \sqrt{2d(d-1)}$  הוקרה  $h(G)$  הוקרה  $h(G)$  הוקרה  $h(G)$

5. יהי  $G=(V,E)$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $A$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $|E(S)| \leq |S| \left( \frac{|S|}{|V|} + \lambda_2 \right)$  ו  $\lambda_2 \leq \frac{1}{2}$  ו  $|S| \leq \frac{1}{2}$  ו  $|S| \leq \frac{1}{2}$

6. יהי  $G=(V,E)$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $A$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $\lambda_2 = \max_{\sum x_v = 0} \frac{|2 \sum_{(u,v) \in E} x_u x_v|}{\sum x_v^2}$  ו  $\lambda_2 = \max_{x \in \mathbb{R}^V} \frac{|2 \sum_{(u,v) \in E} x_u x_v|}{\sum x_v^2}$

7. יהי  $T=(V,E)$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $A^T$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $\lambda_2(T) := \sup_{\sum x_v^2 < \infty} \frac{|2 \sum_{(u,v) \in E} x_u x_v|}{\sum x_v^2}$  ו  $\lambda_2(T) \leq 2\sqrt{d-1}$

7. יהי  $G=(V,E)$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $A$  זוג הוקרה  $n \times n$  אזל הוקרה  $n \times n$  כי  $\lambda_2(G) = \max_{\sum x_v = 0} \frac{|2 \sum_{(u,v) \in E} x_u x_v|}{\sum x_v^2}$  ו  $\lambda_2(G) = \max_{\sum x_v = 0} \frac{|2 \sum_{(u,v) \in E} x_u x_v|}{\sum x_v^2}$