

לינארית 2 - תרגיל 11

28 ביוני 2015

1. מצאו את המרחבים הניצבים עבור תתי במרחבים הבאים:
א. $V = \{f | f(0) = 0\}$ תת מרחב של $R_2[x]$ עם המ"פ: $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$
ב. $V =$ מרחב המטריצות המשולשיות עליונות, תת מרחב של $M_n(R)$, עם המכפלה הפנימית: $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^T)$
ג. $V =$ מרחב המטריצות עם טרייס 0, תת מרחב של $M_n(R)$, עם המכפלה הפנימית: $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^T)$
2. הוכח/הפרך את הטענות הבאות:
א. יהיו U_1, U_2, U_3 תתי מרחבים של מרחב V . אזי: אם $U_1 \oplus U_2 \oplus U_3 = V$, אזי:
 $U_1^\perp \oplus U_2^\perp \oplus U_3^\perp = V$
ב. אם $U \oplus W = V$ אזי: $U^\perp = W$
ג. יהי $A = \{v_1, \dots, v_k\}$ קבוצה של וקטורים בממ"פ, $k \geq 2$. אם: $A^\perp = (A - \{v_1\})^\perp$ אזי A קבוצה תלויה לינארית.
3. א. תנו דוגמא לטרנספורמציה לינארית $T: R^4 \rightarrow R^4$ שמקיימת:
 $T(1, 0, 1, 1) = (1, 2, 1, 1)$, $(\ker T)^\perp = \text{span}\{(1, 2, 0, 4), (1, 0, 1, 0)\}$
ב. תהי $A = \{u, v, w\}$ קבוצת וקטורים ב R^4 .
נתון כי: $A^\perp = \text{span}\{(1, 2, 1, 1), (2, 2, 2, 2), (2, 1, 2, 2)\}$
הוכח כי: A קבוצה תלויה לינארית.
4. יהי V ממ"פ מעל \mathbb{C} , $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס אורתונורמלי של V . חשבו את:
 $\|v_1 + \sqrt{2}v_2 + \sqrt{3}v_3 + \dots + \sqrt{n}v_n\|$