

נוסחאות בפונקציות מרוכבות

1. משוואות קושי-רימן: $u_x = v_y$ $u_y = -v_x$

2. נוסחת קושי: $f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(w)dw}{w-z}$

3. טורי טיילור בסיסים :

$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \quad \sin z = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \cos z = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$$

4. חישוב שאריות: בקוטב פשוט $\text{Res}(f, z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z)$

בקוטב מסדר $m > 1$ נגדיר $\varphi(z) = (z - z_0)^m f(z)$ ואז מתקיים

$$\text{Res}(f, z) = \varphi^{(m-1)}(z_0) / (m-1)!$$

5. עקרון הארגומנט: $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} dz =$ מספר האפסים כולל ריבוי מינוס מספר

הקטבים כולל ריבוי של $f(z)$ בתוך $\gamma =$ מספר ההקפות של $f(\gamma)$ סביב אפס נגד

כיוון השעון.

6. טרנספורמציה מביוס שמעבירה (z_1, z_2, z_3) ל- (w_1, w_2, w_3) בהתאמה נתונה ע"י

$$\frac{w-w_1}{w-w_3} \frac{w_2-w_3}{w_2-w_1} = \frac{z-z_1}{z-z_3} \frac{z_2-z_3}{z_2-z_1}$$

7. אם מעגל מתואר ע"י $(z-a)(\bar{z}-\bar{a}) = R^2$ אז נקודות סימטריות מקיימות

$$(z^* - a)(\bar{z} - \bar{a}) = R^2$$