

89113 – אלגברה ליניארית /2 תרגיל 4

שאלה 1

חשבו את הפולינום האופייני, הערכים העצמיים והוקטורים העצמיים המתאימים עבור המטריצות הבאות:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -17 & 8 \end{pmatrix}$$

שאלה 2

נתון אופרטור הגזירה במרחב הפולינומים: $\frac{d}{dx}: R_3[x] \rightarrow R_3[x]$.

- א. הוכיחו כי זו העתקה ליניארית.
 ב. מצאו את הערכים העצמיים שלה, ואת הוקטורים העצמיים המתאימים.

שאלה 3

יהי $c \in R$. הוכיחו כי אם במטריצה $A \in F^{n \times n}$ סכום כל שורה הוא c אז c הוא ע"ע של A .

שאלה 4

הוכיחו כי אם $T: V \rightarrow V$ היא הע"ל הפיכה עם ע"ע $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ אז הע"ע של T^{-1} הם $\frac{1}{\lambda_1}, \dots, \frac{1}{\lambda_n}$ בלבד.

שאלה 5

מצאו את כל המרחבים האינוריאנטים של ההעתקה $T: Q^2 \rightarrow Q^2$, כאשר $T(v) = Av$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. (שימו לב שהשדה הוא שדה המספרים הרציונליים).

שאלה 6

הוכיחו כל הוקטורים השונים מאפס הם וקטורים עצמיים של העתקה ליניארית T אם ורק אם T העתקת דמיון, כלומר: אם ורק אם קיים $\alpha \in F$ יחיד כך ש $T(v) = \alpha v$ לכל $v \in V$.