08.08.16

88-112 אלגברה לינארית 1 – קורס קיץ תשע"ו – בוחן

מרצים: דר' מצרי אליהו, דר' ארז שיינר

אורך הבוחן: שעה וחצי.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על **כל** 3 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על **דפי הבחינה** בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת **לא תיבדק כלל**.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
סה"כ	

.1

א. (15 נק') מצאו לאילו ערכי k , אם בכלל, למערכת המשוואות הבאה מעל המספרים הממשיים יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & k & -1 \\ 1 & 0 & -3 & -3 \\ 2 & k & -1 & -4 \end{array}\right)$$

ב. (10 נק') היעזרו בחישובים מהסעיף הקודם והציגו את הוקטור $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

כצירוף לינארי של $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$.

ג. (10 נק') הוכיחו כי עבור מרחב וקטורי V , תת-מרחב $W \le V$ ותת קבוצה $S \subseteq V$ מתקיים $span(W \cup S) = W + spanS$. (אין קשר לסעיפים הקודמים).

דף נוסף לשאלה מספר ___________

.2

א. (25 נק') עבור מטריצה ממשית $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\3&2&3\\1&2&1\end{pmatrix}$, פתרו את $Ax=0$ והסיקו

כי המטריצה אינה הפיכה.

בעזרת הפתרונות, בנו מטריצה $0\neq B\in\mathbb{R}^{3\times3}$ כך ש $AB=0$.

ב. (15 נק') מצאו בסיס ומימד לחיתוך התת-מרחבים

$$span\left\{\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}\right\}\cap\left\{v\in\mathbb{R}^3 \mid \begin{pmatrix}1&1&1\\3&2&3\end{pmatrix}v=0\right\}$$.

דף נוסף לשאלה מספר __________

3.

תהי $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$. נסמן $U=\left\{v\in\mathbb{R}^n \mid Av=-v\right\}$ ו $W=\left\{v\in\mathbb{R}^n \mid Av=v\right\}$.

א. (10 נק') הוכיחו כי U,W הם תת-מרחבים של $\mathbb{R}^n$.

ב. (15 נק') הוכיחו כי $U\oplus W=\left\{v\in\mathbb{R}^n \mid (A^2-I)v=0\right\}$.

(רמז: עבור וקטור v הסתכלו בוקטורים $\frac{v\pm Av}{2}$).

ג. (10 נק') הוכיחו\הפריכו עבור מטריצה ממשית A:

i. אם למערכת $Av=b$ יש פתרון, אזי למערכת $A^2v=b$ יש פתרון.

ii. אם למערכת $A^2v=b$ יש פתרון, אזי למערכת $Av=b$ יש פתרון.

דף נוסף לשאלה מספר _________

דף נוסף לשאלה מספר __________