

אלגברה לינארית 1 למדעי המחשב (89112)

בחינת סיום (מועד ב)

מרצים: פרופ' ר. עדין, פרופ' א. רזניקוב.
 משך הבחינה: 3 שעות (לאחר הארכה).
 הנחיות: יש לפתור את כל 3 השאלות. (הציון המקסימאלי הוא 100)
 אין להשתמש בחומר עזר, גם לא במחשבון.
נא כתבו פתרונות רק בטופס המצורף. המחברת לא תיבדק והיא רק לטייטה.

מה? חנה!

1. תהי

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 3x + ay + z = 0 \\ 4x + 3y + az = 2 \end{cases}$$

- מערכת משוואות לינאריות מעל \mathbb{Z}_5 , כאשר $a \in \mathbb{Z}_5$ פרמטר.
 א. (15 נק') עבור אילו ערכים של a אין למערכת פתרון?
 ב. (20 נק') עבור אילו ערכים של a יש למערכת יותר מפתרון אחד? עבור כל כזה רשמו את כל הפתרונות של המערכת.

2. פולינום $p(x)$ נקרא זוגי אם מתקיים $p(-x) = p(x)$. יהי $U \subseteq \mathbb{R}[x]$ מרחב הפולינומים הזוגיים ממעלה קטנה או שווה ל-6, עם מקדמים ממשיים, המקיימים $p(0) = 0$.

- א. (20 נק') הוכיחו שהקבוצה $S = \{x^2 + x^4, x^4 + x^6, x^2 + x^6\}$ מהווה בסיס ל- U .
 ב. (10 נק') יהי $p(x) = x^2 + 4x^4 + x^6 \in U$. מצאו את וקטור הקואורדינטות $[p(x)]_S$ של $p(x)$ לפי הבסיס הסדור S .

ג. (5 נק') מצאו $p(x) \in U$ כך ש- $[p(x)]_S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

3. תהי $A \in M_{n \times n}(\mathbb{F})$ מטריצה ריבועית כלשהי, ויהי $C(A) = \text{Cspan}(A)$ מרחב העמודות של A .

- א. (10 נק') הוכיחו: לכל k טבעי, $C(A^{k+1}) \subseteq C(A^k)$.
 ב. (10 נק') הוכיחו: קיים m טבעי כך ש- $C(A^{m+1}) = C(A^m)$.
 ג. (10 נק') הוכיחו: אם $C(B) \subseteq C(A)$ אז קיימת מטריצה D כך ש- $B = AD$.
 ד. (5 נק') הוכיחו: אם המספר הטבעי m מקיים $C(A^{m+1}) = C(A^m)$, אז $C(A^{k+1}) = C(A^k)$ לכל $k \geq m$.

נמקו את כל התשובות.

נא כתבו פתרונות רק בטופס המצורף. המחברת לא תיבדק.

טופס פתרון

נא כתבו פתרון סופי מפורט בטופס זה. במקרה חרום
מותר להשתמש בדף נוסף המצורף בסוף הטופס. ההתייחסות
למחברת היא כאל טיוטה בלבד. המחברת לא תיבדק.

סיכום	3	2	1	שאלה
				ציון

פתרון לשאלה מס' _____ :

פתרון לשאלה מס' _____ :

פתרון לשאלה מס' _____ :

