

בוחר תורת החבורות 88-218 סמסטר א' תשפ"א

משך הבוחן: שעה וחצי.
יש לענות על כל השאלות.
משקל כל סעיף 10 נקודות.

1. תהי G חבורה ו $a, b \in G$. הוכיחו/ הפריכו את הטענות הבאות:

- (א) אם $b = a^2$ אז $\langle b \rangle = \langle a \rangle$
(ב) אם $b = a^{-1}ba$ אז $a = b^{-1}ab$
(ג) אם $a^4 = b^2$ וגם $a^2 = b^4$ אז $a = b$
(ד) אם $a^{-1} = b^2$ אז a ו b מתחלפים.

2. הוכיחו/הפריכו:

- (א) קיים מונומורפיזם $f : \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_2 \rightarrow S_9$
(ב) קיים אפימורפיזם $f : U_{35} \rightarrow D_3$
(ג) כל הומומורפיזם $f : \Omega_\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ הוא טריוויאלי

3. תהי G חבורה כלשהי נגדיר $G^2 = \langle \{g^2 | g \in G\} \rangle$ (תת החבורה שנוצרת ע"י קבוצת האיברים $\{g^2 | g \in G\}$)

- (א) הוכיחו ש $G^2 \trianglelefteq G$
(ב) תנו דוגמא לחבורה אינסופית G כך ש $G/G^2 \not\cong \{e\}$ ודוגמא לחבורה אינסופית G כך ש $G/G^2 \cong \{e\}$
(ג) הוכיחו ש G/G^2 אבלי.