

# בוחרן - אלגברה לינארית למורים - 10.01.17

8 בינואר 2017

זמן הבוחרן: שעה וחצי

יש לנמק היטב את כל התשובות

## שאלה 1

נתונה מערכת המשוואות הבא מעל  $\mathbb{R}$  עם פרמטר  $k$ :

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + kx_2 + x_3 + x_4 = k \\ x_1 + x_2 + kx_3 + x_4 = k + 1 \end{cases}$$

קבעו לאילו ערכי  $k$  מתקיים כי למערכת:

(א) יש פתרון יחיד

(ב) יש אין סוף פתרונות

(ג) אין פתרון

## שאלה 2

(א) נתון מרחב הוקטורי  $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , מעל השדה  $\mathbb{R}$  עם פעולת החיבור מטריצות רגיל

וכפל בסקלר. נסמן ב- $U$  את הקבוצה של כל המטריצות ההפיכות שמכילה גם את מטריצת

האפס (תזכורת: מטריצת האפס לא הפיכה), כלומר:

$U = \{A \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid A \text{ is invertible}\} \cup \{0\}$ . הוכח ש- $U$  היא לא תת מרחב וקטורי של

$V$ .

(ב) נתונה קבוצה  $B = \{1 + x^2 + 2x^3, 5 + x + 6x^2 + 13x^3, -3 - x - 3x^2 - 8x^3\}$

האם  $B$  היא קבוצה בלתי תלויה?

## שאלה 3

במרחב וקטורי  $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$  מעל  $\mathbb{R}$  נגדיר:

$$S = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

מהוא  $\text{span}(S)$ ?

#### שאלה 4

יהיו  $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$ , נגדיר  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  להיות המטריצה שעמודותיה הן  $v_1, \dots, v_n$ , ויהי  $b \in \mathbb{R}^m$  וקטור פתרון. הוכח כי:  $b \in \text{span}(v_1, \dots, v_n) \Leftrightarrow$  קיים פתרון למערכת  $Ax = b$ .