

קורס: 83-211-01
מרצה: ש. הורוביץ
ל' שבט תשע"ה

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד א

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 18 נקודות.
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.
משך הבחינה שלוש שעות.

1. הוכיחו שאם $z \in \mathbb{C}$ ואם $|z|=1$ אז $\left| \frac{z^3 - 2}{1 - 2z^3} \right| = 1$.

2. נניח שגם $f = u + iv$ וגם $\frac{1}{f} = \frac{1}{u - iv}$ אנליטיות בעיגול $|z| < R$. הוכיחו ש- f קבועה בעיגול.

3. חשבו: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x + \sin 4x}{(x^2 + 9)^2} dx$.

4. חשבו $\int_{\gamma} \bar{z} e^{\bar{z}} dz$ כאשר γ מסילה מורכבת משני קטעים ישרים:
מ- i ל- 0 , ומ- 0 ל- 1 .

5. מצאו טור טיילור סביב -1 לאותו ענף של הפונקציה \sqrt{z} שמקיים $\sqrt{-1} = +i$.

6. כמה אפסים, כולל ריבוי, יש לפונקציה $e^z - 3z^4$ בפס $\{z \in \mathbb{C} : -1 < \operatorname{Re} z < 1\}$?
הצדיקו את תשובתכם.

בהצלחה!