



תרגיל 6

שאלה 1: השתמשו באינטגרלים מסוימים מתאימים על מנת לחשב את הגבולות הבאים:

א.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

ב.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - n^2}} \right)$$

שאלה 2: הוכיחו את אי השוויונות:

א.
$$0 < \int_0^1 \frac{x^7 dx}{\sqrt[3]{1+x^8}} < \frac{1}{8}$$

ב.
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R \sin x} dx < \frac{\pi}{2R} (1 - e^{-R})$$
 כאשר $R > 0$. רמז: הוכיחו כי $\sin x > \frac{2}{\pi} x$ בקטע $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

שאלה 3: חשבו את הגבול
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin t^2 dt}{x^6}$$

שאלה 4:

א. מצאו את נפח הגוף הנוצר ע"י סיבוב של התחום החסום ע"י $y = \sqrt{\cos x}$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$ סביב ציר ה- x .

ב. מצאו את נפח הגוף הנוצר ע"י סיבוב של התחום החסום ע"י $y = x^2$, $x = y^2$ סביב ציר ה- y .

שאלה 5: חשבו את אורך הקשת של העקומות הבאות:

א. $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ מ- $x = a$ ל- $x = b$, $b > a$

ב. $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$ מ- $y = 1$ ל- $y = 2$.

בהצלחה!!